STÖSSE ZWISCHEN INTERSTELLAREN WOLKEN

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von

Harold Yorke
aus Riverside, Kalifornien

Göttingen 1974

STÖSSE ZWISCHEN INTERSTELLAREN WOLKEN

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von

Harold Yorke
aus Riverside, Kalifornien

Göttingen 1974

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

D 7

Referent: Professor Dr. R. Kippenhahn

Korreferent: Dr. I. Appenzeller

Tag der mündlichen Prüfung: 14. Februar 1974

INHALTSVERZEICHNIS

Kapitel I: Einleitung

§ 1. Beobachtungen des interstellaren Mediums 1

§ 2. Wolkenbildung in Spiralarmen 4

§ 3. Zusammenstöße: ein Zerstörungsmechanismus der Wolken? 5

Kapitel II: Das interstellare Gas im Gleichgewicht

§ 4. Chemische Zusammensetzung 10

§ 5. Ionisation von Wasserstoff und Helium 11

§ 6. Thermisches Gleichgewicht 13

§ 7. Depletion und Wachstum von Staub 16

§ 8. Bildung und Zerstörung des Wasserstoffmoleküls 24

Kapitel III: Numerische Behandlung von Wolkenzusammenstößen und der späteren dynamischen Entwicklung

§ 9. Hydrodynamik in einer Dimension 31

§ 10. Anfangsmodelle 33

§ 11. Schnelle Kompression 37

§ 12. Expansionsphase 42

§ 13. Entwicklung von Staub und Wasserstoffmolekülen 56

Kapitel IV: Diskussion

§ 14. Zusammenfassung und Schlußfolgerungen 79

Anhang I: Energiebilanz

§ 15. Aufheizung des Gases 83

§ 16. Kühlprozesse 86

§ 17. Thermodynamik des interstellaren Gases 91

Anhang II: Numerische Methoden

§ 18. Differenzengleichungen 96

Literaturverzeichnis 98

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41534919_0016

Kapitel I: Einleitung

§ 1. Beobachtungen des interstellaren Mediums

Zahlreiche Beobachtungen in allen Frequenzbereichen und statistische Auswertungen von Galaxienzählungen ergeben für das interstellare Medium folgendes Bild: In unserem Milchstraßensystem ist das interstellare Medium hauptsächlich in einer Scheibe mit ca. 30 kpc Durchmesser und 160 pc Dicke konzentriert. Aus den Radiobeobachtungen in unserem eigenen und in extragalaktischen Systemen schließt man auf eine höhere mittlere Dichte des Gases in den optischen Spiralarmen, die durch helle Sterne frühen Typs und HII-Gebiete gekennzeichnet sind. Diese Materie- oder Radio-Spiralarme finden ihre theoretische Erklärung in Roberts (1969) nicht-linearem Modell der Spiralarm-Dichtenwellen.

Einen weiteren Hinweis auf die Verteilung des interstellaren Mediums erhielt man aus Messungen von Absorptions-Linienprofilen. Schon 1949 gelang es Adams (1949), große Variationen der Radialgeschwindigkeiten entlang einer Beobachtungsrichtung nachzuweisen. Die Radialgeschwindigkeiten ließen sich oft in mehrere einzelne Komponenten zerlegen, was zur Schlußfolgerung führte, das interstellare Medium sei vornehmlich in sogenannten "Wolken" konzentriert.

Pro kpc werden etwa 8 verschiedene Geschwindigkeitskomponenten beobachtet. Eine mittlere Wolkengeschwindigkeit erhält man aus Geschwindigkeitsdispersions-Messungen der 21-cm-Emissionslinie und den Absorptionslinien von CaII im Sichtbaren. Spitzer (1968) ermittelt aus den Radialgeschwindigkeiten von ~ 8 km/sec unter der Voraussetzung, daß die Geschwindigkeitsverteilung isotrop ist, den Wert:

$$\langle v^2 \rangle^{1/2} = 14 \text{ km/sec} \qquad (1.1)$$

Die beobachteten Unterschiede zwischen Emissions- und Absorptionsmessungen der 21-cm-Linie und zwischen NaI-

und CaI-Linien lassen sich dadurch erklären, daß große, kalte Wolken etwas niedrigere Geschwindigkeiten besitzen (Spitzer 1968).

Es ist schwierig, die chemische Zusammensetzung des interstellaren Mediums direkt durch Beobachtungen des Gases und des Staubes zu bestimmen. Man erwartet jedoch eine allgemeine Häufigkeitsverteilung, die etwa jener der extremen Population I entspricht.

In Richtung verfärbter Sterne ermittelte Morton (1973) Elementenhäufigkeiten von C, N, O, Mg, Si, P, Cl, Mn und Fe, die um einen Faktor 0,1 kleiner sind als die kosmischen Häufigkeiten dieser Elemente. Die Elemente Ca und Al waren um einen Faktor 0,001 und das Element Na um einen Faktor 0,05 kleiner als erwartet. Dies widerspricht keineswegs den Erwartungen einer kosmischen Häufigkeitsverteilung im interstellaren Medium. In Richtung verfärbter Sterne befindet sich offenbar die Mehrzahl der schweren Elemente in Molekülen oder in Staubkörnern.

Um einen Hinweis auf die chemische Zusammensetzung, Form und Größenverteilung der Staubkörner zu gewinnen, werden Messungen der Lichtstreuung, der Polarisation und vor allem der selektiven interstellaren Absorption (Extinktion) in allen Frequenzbereichen durchgeführt. Sind die Eigenfarbe $(m_\lambda - m_V)_o$ und die beobachtete Farbe $(m_\lambda - m_V)$ eines Sterns bei der Wellenlänge λ bekannt, so folgt hieraus die normierte Extinktion:

$$(1.2) \qquad A(\lambda^{-1}) = \frac{(m_\lambda - m_V) - (m_\lambda - m_V)_o}{(m_B - m_V) - (m_B - m_V)_o} = \frac{E(\lambda - V)}{E(B - V)}$$

Aus Beobachtungen mit dem OAO-2 ("Orbiting Astronomical Observatory 2") im Wellenlängenbereich $\lambda = 3600$ Å bis 1100 Å und aus Messungen von Johnson (1968) im visuellen und infraroten Spektralbereich konnten Bless und Savage (1972) Extinktionskurven für 17 Sterne aufstellen. Diese Extinktionskurven weisen folgende Eigenschaften auf:

Im ultravioleten Spektralbereich zeigen sich:

1.) große Variationen der UV-Extinktion von Stern zu Stern (Variationen im extremen UV sind am größten),

2.) ein relatives Extinktionsmaximum bei der Wellenzahl

$1/\lambda = 4{,}6 \pm 0{,}1\ \mu^{-1}$ ($\lambda = 2175$ Å $\pm$ 25 Å),

3.) ein breites Minimum von 5,5 μ^{-1} bis 7,5 μ^{-1} und

4.) ein steiler Anstieg der Extinktion im extremen UV nach dem breiten Minimum.

Auffallend bei der Extinktion im visuellen Spektralbereich ist:

1.) das λ^{-1}- Gesetz ($A(\lambda^{-1}) \propto \lambda^{-1}$) und

2.) der Knick in der Extinktionskurve bei 2,3 μ^{-1}.

Im infraroten Spektralbereich ist die Extinktionskurve gekennzeichnet durch:

1.) mehrere Knicke, die durch interstellare infrarote Absorptionsbanden erklärt werden (z.B. 3,1 μ-Band von Eis) und

2.) starke Absorptionsbanden im 10 μ- Bereich.

Aannestad und Purcell (1973) vergleichen diese Extinktionseigenschaften mit den Aussagen gängiger theoretischer Staubmodelle. Kein einziges Staubmodell kann die ganze Extinktionskurve in allen Spektralbereichen erkären. Aber unter der Annahme, daß verschiedene Sorten von Staub zur Absorption in verschiedenen Spektralbereichen beitragen, existiert eine Vielfalt von möglichen "Lösungen". Landau (1970) konnte zum Beispiel mit der "richtigen" Größenverteilung von sphärischen Diamanten die ganze Extinktionskurve vom Infraroten bis zum extremen UV gut theoretisch approximieren. Dies soll keineswegs die Existenz interstellarer Diamanten beweisen, sondern lediglich demonstrieren, daß mathematische Lösungen fast immer gefunden werden können.

Eine attraktive, aber nicht eindeutige Erklärung der Beobachtungen findet sich im Zwei-Komponenten-Staubmodell, so wie es von Isobe (1973) und anderen diskutiert wird. Demanch sollen kleine Teilchen mit dem Radius $a \sim 10^{-5}$ cm bis 10^{-6} cm die Absorption im ultravioleten und etwas größere Teilchen mit $a \sim 10^{-4}$ cm bis 10^{-5} cm die Beobachtungen im visuellen und infraroten Spektralbereich erklären. Das relative Extinktionsmaximum bei 4,6 $\pm$ 0,1 μ^{-1} wird durch das Vorhandensein von Graphitteilchen unter den kleinen Staubkörnern und die starke Absorptionsbanden

im 10 μ-Bereich durch das Vorhandensein von Silikaten erklärt. Isobe diskutiert weiter die Hypothese, daß die kleinen Staubteilchen im heißen Zwischenwolkenmedium vorhanden sind, während sich die großen Staubteilchen infolge einer Ansammlung schwerer Elemente in den relativ kühleren Wolken befinden.

§ 2. Wolkenbildung in Spiralarmen

Seit der Entstehung des Zwei-Phasen-Modells (Pikel'ner 1967), das die Existenz zweier stabiler thermischer Gasphasen voraussagt, erwartete man, daß ein Phasenübergang von der heißen in die kalte Phase durch eine Spiralarm-Dichtenwelle ausgelöst werden könnte. Mit einem einfachen numerischen Modell der thermischen Entwicklung diskutieren Biermann, Kippenhahn, Tscharnuter und Yorke (1972; diese Arbeit wirt fortan durch BKTY bezeichnet) die Zeitskalen eines solchen Mechanismus der Wolkenbildung. Aus ihren Überlegungen ergibt sich folgendes Bild:

Die Materie im Zwischenarmgebiet befindet sich in der heißen Gasphase bei geringer Wasserstoffkerndichte $N_H = 0{,}05\ cm^{-3}$. Die Druckwelle (oder Schockwelle) eines Spiralarms zwingt die heiße Materie aus dem Gleichgewicht, so daß die Materie thermisch instabil wird (Goldsmith 1970). Ein Teil der heißen Materie kühlt sich ab, ein Teil kehrt zur stabilen heißen Phase zurück. Die Klumpen kalter Materie sind Wolken, die von einem heißen Zwischenwolkenmedium umgeben sind.

Die Zeitskala dieses Entstehungsprozesses beträgt $\tau_e \sim 10^6$ a (BKTY). Da BKTY dynamische Effekte nicht berücksichtigen, gelten ihre Rechnungen nur für die Entstehung kleiner Wolken ($M \lesssim 10\, M_\odot$). Im Gegensatz zu den Rechnungen von BKTY und Yorke (1972) berücksichtigen Hertel (1973) und Röser (1973) dynamische Effekte in ihren numerischen Rechnungen über Wolkenbildung. Ein Vergleich der Rechnungen von Yorke (1972) mit denen von Hertel (1973) zeigt, daß bei der Entstehung einer $60\, M_\odot$-Wolke außerhalb von Spiralarmen die Zeitskala nur wenig durch dynamische Effekte beeinflußt wird. Dies ist auch für

den durch einen Spiralarm ausgelösten Phasenübergang der Fall. Röser zeigt, daß die Entstehung einer $60 M_\odot$-Wolke mit einer Zeitskala $\tau_e \sim 10^6$ a erfolgt.

Aus den Rechnungen von Hertel und Röser können Aussagen über den Verlauf der Dichte und des Drucks, sowie die Verteilung des Geschwindigkeitsfeldes in einer neuentstandenen Wolke gewonnen werden. Dies ist einerseits für die Berechnung von Protosternen unentbehrlich, andererseits kann man die weitere Entwicklung der Wolke verfolgen, falls diese nicht gravitations-instabil wird. Es zeigt sich, daß die neuentstandenen Wolken nur im Zeitmittel im Druckgleichgewicht mit der äußeren heißen Materie stehen. Sie führen Oszillationen aus, deren Periode von der ursprünglichen Größe abhängt.

In § 12 werden an Hand einfacher analytischer Überlegungen solche Wolkenschwingungen eingehend diskutiert.

§ 3. Zusammenstöße: ein Zerstörungsmechanismus der Wolken?

In Zwischenarmgebieten unseres Milchstraßensystems wird Staub in größeren Mengen nicht beobachtet (Rohlf 1971). Da das Vorhandensein von hohen Staubteilchendichten sehr wahrscheinlich mit hohen Gasdichten korreliert ist, liegt die Interpretation nahe, daß die Wolken sich hauptsächlich in der Umgebung von Spiralarmen befinden. Hieraus kann man eine mittlere Lebensdauer der Wolken ableiten, denn nach einer Zeit von mehr als einigen 10^7 Jahren wären die im Spiralarm entstandenen Wolken schon im Zwischenarmgebiet.

Aus der mittleren Wolkengeschwindigkeit $\langle v^2 \rangle^{1/2} = 14$ km/sec und aus der mittleren Anzahl von Wolken pro kpc ($8\ \mathrm{kpc}^{-1}$) erhält Spitzer (1968) die mittlere Zeit $\tau_c \approx 10^7$ a zwischen zwei Wolkenzusammenstößen. Die isotherme Schallgeschwindigkeit einer 50 °K - Wolke beträgt $c = 0{,}57$ km/sec und die Alfvén-Geschwindigkeit $v_A = \frac{B}{(4\pi\rho)^{1/2}} = 0{,}58$ km/sec für die Magnetfeldstärke $B = 10^{-6}$ Gauß und Massendichte $\rho = 2{,}36 \times 10^{-23}$ g cm^{-3}. Wolken stoßen demnach häufig

mit Überschallgeschwindigkeiten zusammen, wobei sich - für nicht zu starke Magnetfelder - starke Stoßfronten senkrecht zur Stoßrichtung bilden. Das Phänomen eines Zusammenstoßes wird offenbar einen großen Einfluß auf die Entwicklung der betreffenden Wolken haben.

Die vorliegende Arbeit untersucht das Verhalten des interstellaren Mediums während eines und nach einem Zusammenstoß zweier identischer Wolken.

Ein Wolkenzusammenstoß wird schematisch in Abb. 1 gezeigt. Da die isotherme Schallgeschwindigkeit des kühlen Gases ($c \approx 0{,}5$ km/sec) verglichen zur Stoßgeschwindigkeit ($u_o \approx 10$ km/sec) klein ist, entwickeln sich zwei Stoßfronten, die sich durch die Wolken nach außen bewegen.

Nach Beendigung dieses Kompressionsvorganges (b.), expandiert die komprimierte Wolkenmaterie gegen einen kleineren Außendruck (c.). Wenn der Gasdruck der kalten Materie unter den Außendruck abgefallen ist, wird diese Expansion verzögert, bis schließlich die kalte Materie durch den Druck der dünnen Zwischenwolkenmaterie und durch die Eigengravitation wieder komprimiert wird.

Numerische Rechnungen von Wolkenzusammenstößen sind von Zimmermann (1968), Stone (1970a) und Mészáros (1973b) in einer Dimension durchgeführt worden. Mit der Annahme, daß alle Gasbewegungen in der (axialen) Stoßrichtung "z" vollkommen unabhängig von der radialen Koordinate "r" seien, gelang es Stone (1970b), einen Wolkenzusammenstoß in den zwei zylindrischen Koordinaten (r,z) numerisch zu berechnen.

Die Ergebnisse von Zimmermann weichen wesentlich von den Ergebnissen späterer Autoren ab, da er unter anderem die Kühlung durch CI bei den Wellenlängen $\lambda = 369\mu$ und $\lambda = 610\mu$ und die Kühlung durch OI bei den Wellenlängen $\lambda = 147\mu$ und $\lambda = 156\mu$ völlig vernachlässigt hat. Dadurch werden die wichtigsten Kühlprozesse in Wolken nicht berücksichtigt und die Energieverlustrate wird um Zehnerpotenzen unterschätzt.

Im Gegensatz zu den eindimensionalen Rechnungen von Stone, berücksichtigt Mészáros das Wachstum von Staub

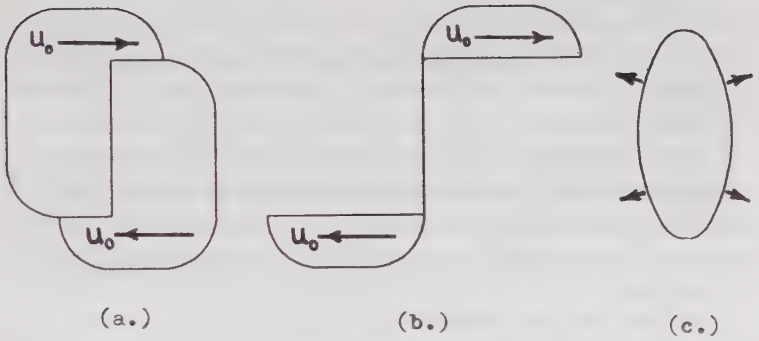


Abb. 1 Schematische Darstellung eines Wolkenzusammenstoßes zweier identischer Wolken

a.) Schnelle Kompression: Die (ca. 1000-fach) komprimierte Materie im Stoßzentrum ist begrenzt durch zwei Stoßfronten, die sich durch die Wolken nach außen bewegen.

b.) Ende der Kompressionsphase: Die Stoßfronten sind an den äußeren Oberflächen der Wolken.

c.) Expansionsphase: Der hochkomprimierte Materieklumpen (in (b.) als Teil einer Gerade dargestellt) expandiert gegen den kleineren Außendruck.

durch die Ansammlung schwerer Elemente. Mészáros vernachlässigt aber alle Verdampfungsprozesse, die die schweren Elemente von der Stauboberfläche wieder losreißen könnten. Da die kühlenden Atome und Ione fehlen, erfolgt ein Phasenübergang der kalten Materie in die heiße Zwischenwolkenphase.

Die numerischen Rechnungen dieser Arbeit unterscheiden sich von früheren Rechnungen in drei wesentlichen Punkten.

1.) Zwei Phasen

Im Rahmen des Zwei-Phasen-Modells des interstellaren Mediums wird der äußere Gasdruck einer Wolke nicht als konstant angenommen. Vielmehr wird das Verhalten der heißen, unmittelbar an die Wolke grenzenden Materie mitgerechnet.

Die numerischen Rechnungen zeigen, daß ein Teil dieser heißen Materie zu einem Phasenübergang in die kalte Phase gezwungen wird, wenn die Stoßfront in die heiße Materie hinausläuft. Ungefähr die Hälfte der "mitgezogenen" Materie geht in die kalte Phase über.

2.) Depletion und Staubwachstum

Verdampfungsprozesse werden berücksichtigt, die eine völlige Depletion der schweren Elemente verhindern.

3.) Wasserstoffmolekülbildung

Die Bildung und Zerstörung des Wasserstoffmoleküls wird in dieser Arbeit auch berücksichtigt. Während der kurzen ($\lesssim 10^6$ a) Kompressionsphase ist zwischen den Stoßfronten fast der ganze Wasserstoff in molekularer Form. Wenn die Wolke wieder expandiert, wird sie optisch dünn im UV-Bereich und die Wasserstoffmoleküle werden schnell dissoziiert.

In Kapitel II werden Differentialgleichungen für die zeitlichen Ableitungen der relativen Häufigkeiten verschiedener Gaskomponenten aufgestellt. In § 5 wird die Ionisation und Rekombination von Wasserstoff und Helium in atomarer und ionisierter Form behandelt. In § 7 wird die Gleichung zur Berechnung des relativen Anteils von

Kohlenstoff auf dem Staub hergeleitet, woraus sich der Staubradius berechnen läßt. Die Rekombination atomaren Wasserstoffs in molekulare Form und die Dissoziation dieses Moleküls durch Stöße mit thermischen Teilchen und durch Absorption eines UV-Photons wird in § 8 behandelt.

Das Verhalten des interstellaren Mediums in thermischen, Ionisations- und Depletion-Gleichgewicht wird ebenfalls in Kapitel II diskutiert. Weil der genaue Verlauf verschiedener physikalischer Vorgänge auf der Staubobefläche noch weitgehend unbekannt ist, wird in § 7 das Gleichgewichts-Verhalten des Gases als Funktion zweier freiwählbarer Parameter untersucht. Der "Klebefaktor" s gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Kohlenstoffatom auf der Staubobefläche haftenbleibt, wenn dieses mit dem Staub zusammenstößt. Die Verdampfungskonstante β gibt an, wieviele Kohlenstoffatome von der Staubobefläche losgelöst werden pro cm^2 und pro sec.

Die numerische Behandlung von Wolkenzusammenstößen und die weitere dynamische Entwicklung des Systems wird in Kapitel III eingehend diskutiert. In Kapitel IV sollen die Ergebnisse dieser Untersuchung zusammengefaßt werden.

In Anhang I werden die lokalen thermischen Prozesse behandelt, die zur Aufheizung (§ 15) und zur Kühlung (§ 16) des interstellaren Mediums beitragen. § 17 befaßt sich mit der Thermodynamik des Gases.

Die numerischen Methoden zur Lösung der Differenzengleichungen werden in Anhang II nur schematisch diskutiert.

Kapitel II: Das Interstellare Gas im Gleichgewicht

§ 4. Chemische Zusammensetzung

Die chemische Zusammensetzung der Mischung aus Gas und Staub entspricht etwa jener der extremen Population I. Da die Elemente sowohl im Gas selbst als auch in der Form von Staub vorhanden sind, schreiben wir für die relativen Elementenhäufigkeiten im Gas:

$$(4.1a) \qquad N_{He} / N_H = 0{,}1$$

$$(4.1b) \qquad N_C / N_H = 3{,}00 \times 10^{-4} \; (1/2)^D$$

$$(4.1c) \qquad N_N / N_H = 0{,}91 \times 10^{-4} \; (1/2)^D$$

$$(4.1d) \qquad N_O / N_H = 6{,}80 \times 10^{-4} \; (1/2)^D$$

$$(4.1e) \qquad N_{Mg} / N_H = 0{,}29 \times 10^{-4} \; (1/5)^D$$

$$(4.1f) \qquad N_{Si} / N_H = 0{,}30 \times 10^{-4} \; (1/10)^D$$

$$(4.1g) \qquad N_S / N_H = 0{,}17 \times 10^{-4} \; (1/5)^D$$

$$(4.1h) \qquad N_{Fe} / N_H = 0{,}40 \times 10^{-4} \; (1/5)^D \; .$$

Hier und im weiteren Verlauf der Arbeit bezeichnet die Großbuchstabe N_i die Kerndichte (cm^{-3}) des Elementes "i". Die Teilchendichte von Ionen, Atomen oder Molekülen der Sorte "j" wird dagegen durch n_j gekennzeichnet. Die Massendichte der Staub-Gas-Mischung unterscheidet sich von der Wasserstoffkerndichte N_H nur um einen konstanten multiplikativen Faktor, was bei der Gesamtteilchendichte $n_G = \Sigma_j n_j$ nicht der Fall ist. Wir normieren die Teilchendichten aller Gaskomponenten auf die Wasserstoffkerndichte, wenn von relativen Häufigkeiten die Rede ist.

Die relative Häufigkeit des Elementes "i" im interstellaren Gas wird nach Gleichungen (4.1b) bis (4.1h) um den Faktor $(\varepsilon_i)^D$ reduziert, wobei

(4.2)								
	ε_i =	1/2	1/2	1/2	1/5	1/10	1/5	1/5
	für i =	C	N	O	Mg	Si	S	Fe

Der Depletion-Faktor D, der in den Gleichungen (4.1b) bis (4.1h) auftritt, gibt an, in welchem Maße die schweren

Elemente im Gas "unterhäufig" sind (in der Literatur spricht man von einer "Depletion" des entsprechenden Elementes). Im Fall D = 0 erhält man die relativen kosmischen Elementenhäufigkeiten von Allen (1963), bis auf den neueren Wert der Eisenhäufigkeit von Garz, et.al. (1969). Ein Depletion-Faktor D = 1 entspricht einem Verhältnis der Staub- und Gasmassendichten:

$$\frac{\rho_{Staub}}{\rho_{Gas}} \approx 0{,}01 \quad . \tag{4.3}$$

§ 5. Ionisation von Wasserstoff und Helium

Wir betrachten eine Gasmischung aus Wasserstoff und Helium in neutraler und ionisierter Form mit einem kleinen Anteil von schweren Elementen. Das eventuelle Auftreten von Wasserstoffmolekülen wird zunächst vernachlässigt. Es gilt:

$$N_H = n_{H^0} + n_{H^+} \tag{5.1}$$

$$N_{He} = n_{He^0} + n_{He^+} + n_{He^{++}} \tag{5.2}$$

$$N_e = n_{H^+} + n_{He^+} + 2\, n_{He^{++}} + n_I \quad . \tag{5.3}$$

Dabei ist N_e die Elektronendichte (cm^{-3}) und n_I der Beitrag schwerer Elemente zur Elektronendichte. Nach Spitzer (1968) läßt sich n_I durch die Summe der Teilchendichten jener Elemente approximativ darstellen, deren erste Ionisationspotentiale unter 13,6 eV liegen:

$$n_I = N_C + N_{Mg} + N_{Si} + N_S + N_{Fe} \quad . \tag{5.4}$$

Berücksichtigt man molekularen Wasserstoff, so muß man Gleichung (5.1) durch

$$N_H = n_{H^0} + n_{H^+} + 2\, n_{H_2} \tag{5.1'}$$

ersetzen.

Da die Photoionisation von Wasserstoff und Helium nur in der nächsten Umgebung von Sternen eine wichtige Rolle spielt (z.B. HII - Gebiete), wird sie in der folgenden Diskussion nicht weiter betrachtet. Auch die Ionisation von Wasserstoff und Helium durch Stöße thermischer Elek-

tronen kann bei Gastemperaturen $T \lesssim 10000\ ^{\circ}K$ vernachlässigt werden.

Wie bei BKTY und anderen Autoren werden die Ionisationsraten durch ξ_i und die Rekombinationskoeffizienten durch α_i bezeichnet. Der Index i kennzeichnet das jeweilige Ion vor der Ionisation beziehungsweise nach der Rekombination. Die zeitlichen Ableitungen der relativen Häufigkeiten der Heliumionen ergeben sich aus den Differenzen der Raten der Ionengewinne (Ionisation der nächsttieferliegenden bzw. Rekombination der nächsthöherliegenden Ionisationsstufe) und der Ionenverluste (Ionisation oder Rekombination des betrachteten Ions):

$$(5.5) \qquad N_H \frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{He^{++}}}{N_H}\right) = \xi_{He^+} n_{He^+} - \alpha_{He^+} N_e n_{He^{++}}$$

$$(5.6) \qquad N_H \frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{He^+}}{N_H}\right) = \xi_{He^0} n_{He^0} + \alpha_{He^+} N_e n_{He^{++}} - \xi_{He^+} n_{He^+} - \alpha_{He^0} N_e n_{He^+} \ .$$

Ferner gilt für die zeitliche Ableitung der relativen Häufigkeit des Wasserstoffions:

$$(5.7) \qquad N_H \frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{H^+}}{N_H}\right) = \xi_{H^0} n_{H^0} - \alpha_{H^0} N_e n_{H^+} + \alpha_{He^0} N_e n_{He^+} + \alpha_{He^+} N_e n_{He^{++}} \ .$$

In der Gleichung (5.7) wird berücksichtigt, daß die Rekombinationen von He^{++} in He^+ und von He^+ in He^0 Photonen erzeugen, die wiederum neutralen Wasserstoff ionisieren können.

Die Bedingungen für das Ionisationsgleichgewicht lauten:

$$(5.8) \qquad \frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{H^+}}{N_H}\right) = 0$$

$$(5.9) \qquad \frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{He^+}}{N_H}\right) = 0$$

$$(5.10) \qquad \frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{He^{++}}}{N_H}\right) = 0 \ .$$

Mit diesen Bedingungen können die sechs Gleichungen (5.1), (5.2), (5.3), (5.5), (5.6) und (5.7) für die sechs Unbekannten n_{H^0}, n_{H^+}, n_{He^0}, n_{He^+}, $n_{He^{++}}$ und N_e gelöst werden.

Die Funktionen α_i und ξ_i für $i = H^0$, He^0, He^+ werden in dieser Arbeit von BKTY direkt übernommen, sie sind dort ausführlicher diskutiert.

Eine Ionisationszeitskala für Wasserstoff kann definiert werden durch:

(5.11) $$\frac{1}{\tau_i} = \frac{n_{H^0}\,\xi_{H^0}}{n_{H^+}}$$

und eine Rekombinationszeitskala durch:

(5.12) $$\frac{1}{\tau_r} = \alpha_{H^0} N_e \quad .$$

Die Bedingung für das Ionisationsgleichgewicht ohne Berücksichtigung von Helium lautet daher: $\tau_i = \tau_r$. In der kalten Wolkenphase gilt:

(5.13) $$\xi_{H^0} \sim 4 \times 10^{-16}\ \mathrm{sec}^{-1}$$

(5.14) $$\alpha_{H^0} \sim 1{,}5 \times 10^{-11}\ \mathrm{cm}^3\mathrm{sec}^{-1} \quad ,$$

so daß

(5.15) $$\tau_r \sim \left(\frac{1}{n_{H^0}\,\xi_{H^0}\,\alpha_{H^0}}\right)^{1/2} \sim \left[\frac{16\ \mathrm{cm}^{-3}}{n_{H^0}}\right]^{1/2} \cdot 10^5\ \mathrm{a}$$

und

(5.16) $$n_{H^+} \approx N_e \sim \left[\frac{16\ \mathrm{cm}^{-3}}{n_{H^0}}\right]^{-1/2} \cdot 0{,}02\ \mathrm{cm}^{-3} \quad .$$

In der heißen Phase gilt dagegen:

(5.17) $$\xi_{H^0} \sim 4 \times 10^{-16}\ \mathrm{sec}^{-1}$$

(5.18) $$\alpha_{H^0} \sim 3{,}1 \times 10^{-13}\ \mathrm{cm}^3\mathrm{sec}^{-1} \quad ,$$

so daß

(5.19) $$\tau_i = \tau_r \sim \left[\frac{0{,}08\ \mathrm{cm}^{-3}}{n_{H^0}}\right]^{1/2} \cdot 10^7\ \mathrm{a}$$

und

(5.20) $$n_{H^+} \sim \left[\frac{0{,}08\ \mathrm{cm}^{-3}}{n_{H^0}}\right]^{-1/2} \cdot 0{,}01\ \mathrm{cm}^{-3} \quad .$$

§ 6. Thermisches Gleichgewicht

Wir wollen uns der Einfachheit halber zunächst weiter auf den Fall ohne Wasserstoffmoleküle beschränken. Mit der weiteren Annahme, daß Ionisationsgleichgewicht herrscht, lassen sich bei gegebener Wasserstoffkerndichte N_H, Temperatur T und bei gegebenem Depletion-Faktor D die Ionisationsgrade von Wasserstoff und Helium (s. § 5) berechnen. Im Anhang I wird gezeigt, wie sich daraus die Heiz- und Kühlraten ergeben. Die in § 17 definierte Energieverlustrate kann mit den obigen Annahmen als Funktion

von N_H , T und D geschrieben werden:

(6.1) $$\mathcal{L}(N_H,T,D) = \frac{\Lambda - \Gamma}{\rho} \quad (\text{erg sec}^{-1}\text{g}^{-1}) \quad .$$

Die Bedingung für thermisches Gleichgewicht lautet:

(6.2) $$\mathcal{L} = 0 \quad .$$

Die Bedingung (6.2) erzeugt eine durch D parametrisierte Schar von Kurven $T_D(N_H)$ (Temperatur als Funktion der Wasserstoffkerndichte) oder aber $P_D(N_H)$ (Gasdruck als Funktion der Wasserstoffkerndichte; D sei in beiden Fällen vorgegeben), bei denen Heiz- und Kühlrate gleich sind.

In Abb. 2 ist der Gasdruck als Funktion der Wasserstoffkerndichte für verschiedene Werte des Depletion-Faktors D aufgetragen. Ein Gaselement im Ionisations- und thermischen Gleichgewicht befindet sich auf derjenigen Kurve, die seiner Depletion entspricht. In diesem Diagramm erkennt man sofort das thermische Verhalten des interstellaren Gases, das für die zwei stabilen Gasphasen verantwortlich ist. Solange der Gasdruck sich innerhalb gewisser Grenzen befindet (diese Grenzen sind Funktionen von der Depletion), gibt es bei gegebenem Gasdruck drei Punkte auf den Gleichgewichtskurven, bei denen sich die Energieverluste durch Abstrahlung und die Aufheizung gleich sind. Field, et.al. (1969) haben gezeigt, daß der linke aufsteigende Zweig der Kurve (die sogenannte "Zwischenwolkenphase") und der rechte aufsteigende Zweig (die sogenannte "Wolkenphase") thermisch stabil sind. Die dem abfallenden Zweig der Kurve entsprechende Phase erwies sich als thermisch instabil. Ein Gaselement in dieser Phase würde in ca. 10^7 Jahren in eine der beiden anderen (stabilen) Phasen übergehen.

In Abb. 3 ist die Temperatur bei $\mathcal{L} = 0$ als Funktion der Wasserstoffkerndichte für verschiedene Werte des Depletion-Faktors D aufgetragen.

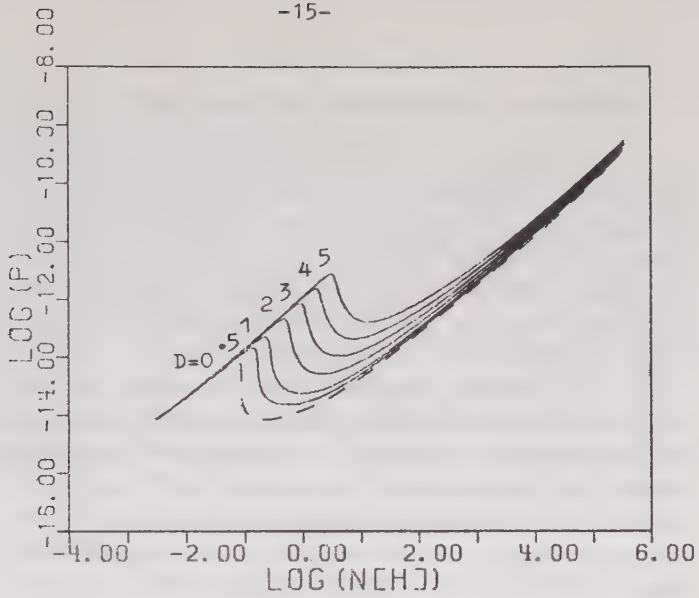


Abb. 2 Gleichgewichtskurven ($\mathcal{L}$ = 0) in der log P - log N_H - Ebene (D vorgegeben)

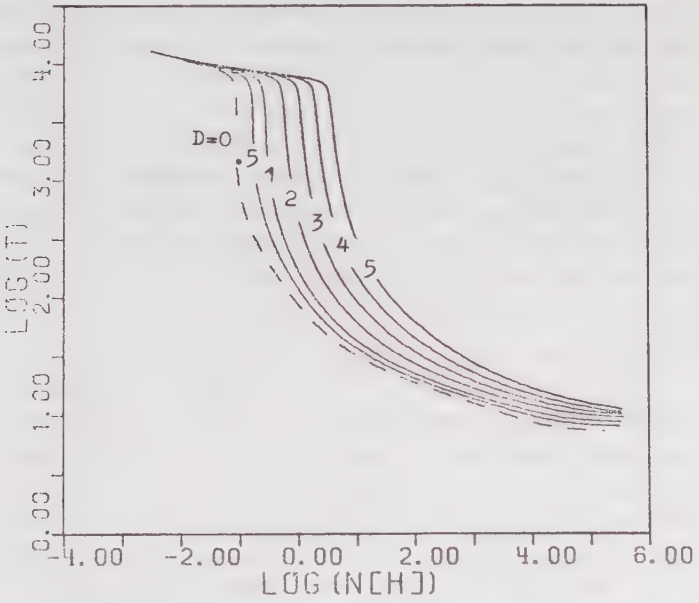


Abb. 3 Gleichgewichtskurven ($\mathcal{L}$ = 0) in der log T - log N_H- Ebene (D vorgegeben)

§ 7. Depletion und Wachstum von Staub

Die Kühlung durch inelastische Stöße von Elektronen und Wasserstoffatomen mit schweren Elementen ist bei weitem der wichtigste Kühlprozeß in der kalten Wolkenphase (Dalgarno und McGray 1972). Die Ablagerung dieser kühlenden Atome auf Staubkörnern und die damit verbundene Depletion kann eine für die Existenz der betrachteten Wolke entscheidende Rolle spielen.

Die detaillierten physikalischen Vorgänge auf der Stauboberfläche sind neuerdings wieder das Ziel wissenschaftlicher Bemühungen geworden. Ein Atom auf der Stauboberfläche kann zum Beispiel selbst ein Teil des Kristallgitters werden, ins Gas zurückkehren, oder aber mit anderen Atomen, Radikalen oder Molekülen auf der Oberfläche chemisch reagieren. Das neuentstandene Molekül kann auf dem Staub bleiben oder zurück ins Gas entweichen.

Für Wasserstoffmoleküle und Helium scheint es klar, daß nur ein kleiner Anteil auf dem Staub bleiben kann, weil die Verdampfungsrate dieser Substanzen bei einer Staubtemperatur $T_s \approx 5\ ^{o}K$ sehr hoch ist (van de Hulst 1949).

Wenn die Mehrzahl der schweren Elemente auf dem Staub bleibt, wächst die Masse des Staubteilchens und dadurch auch sein Radius an. Da die schweren Elemente, die sich nicht im Gas befinden, notwendigerweise ein Bestandteil des Staubes sein müssen, erhalten wir als Radius sphärischer Staubkörner:

$$(7.1) \qquad a^3 = a_o^3 + \left(\frac{3}{4\pi}\right)\frac{1}{q_s N_s}\sum_i (m_i N_i)_o \left\{1 - \varepsilon_i^D\right\} \quad .$$

Dabei ist q_s das spezifische Gewicht ($g\ cm^{-3}$) und N_s die Teilchendichte (cm^{-3}) des Staubes. Das Produkt $(m_i N_i)_o$ ist die Massendichte des schweren Elementes "i" im Gas ohne Berücksichtigung von Depletion. Berücksichtigt man Depletion, so wird die Teilchendichte von "i" um den Faktor $(\varepsilon_i)^D$ reduziert (s. § 4). Der Ausdruck $\left\{1 - \varepsilon_i^D\right\}$ ist daher der relative Anteil von "i" auf dem Staub.

In Gleichung (7.1) wird vorausgesetzt, daß

1.) alle Staubkörner sphärisch sind und den gleichen Radius a haben, und
2.) auch ohne Depletion (D = 0) ein Kern mit dem Radius a_0 übrig bleibt.

Wir werden sehen, daß nicht der Radius sondern der geometrische Querschnitt des Staubes von Interesse ist. Dieser ist sowohl bei einer Kugel als auch bei anderen geometrischen Formen in etwa dem Volumen hoch 2/3 proportional. Das Verhalten des Querschnittes als Funktion der Depletion ist demnach weitgehend von einer spezifisch angenommenen Form unabhängig. Bei der zweiten Voraussetzung ist die Möglichkeit eines Kondensationskerns, auf dem sich die schweren Elemente ansammeln können, offengelassen (s. Wickramesinghe 1967).

In der folgenden Diskussion werden die Werte:

$$a_0 = 10^{-6} \text{ cm}$$
$$\varrho_s = 1 \text{ g cm}^{-3} \qquad (7.2)$$
$$\chi_s = N_S/N_H = 10^{-12}$$

benutzt. Der Staubradius ist in Abb. 4 als Funktion des Depletion-Faktors aufgetragen.

Die Depletion der schweren Elemente im Gas kann eventuell zu einer Erhitzung und Auflösung der Wolke führen, wenn kein anderer Prozeß stark genug entgegenwirkt. Mézáros (1972a) zeigt, daß die Materie einer typischen Wolke in ungefähr 3×10^7 Jahren in das heiße Zwischenwolkenmedium zurückkehrt, wenn alle schweren Elemente, die mit den Staubkörnern zusammenstoßen, auf der Oberfläche haftenbleiben. Dieser Fall muß jedoch als Extremfall betrachtet werden, da alle Prozesse, die der Depletion entgegenwirken können, von Mézárus vernachlässigt wurden. Außerdem ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein stoßendes Atom auf der Stauboberfläche kleben bleibt, sicherlich kleiner als $s = 1$. Diese Wahrscheinlichkeit s , in der englischen Literatur "sticking factor" (Klebefaktor) genannt, ist eine komplizierte Funktion der Staubtemperatur, der Staubzusammensetzung und der Kristallstruktur, der Gastemperatur, der elektrischen Ladung auf dem Staub und des

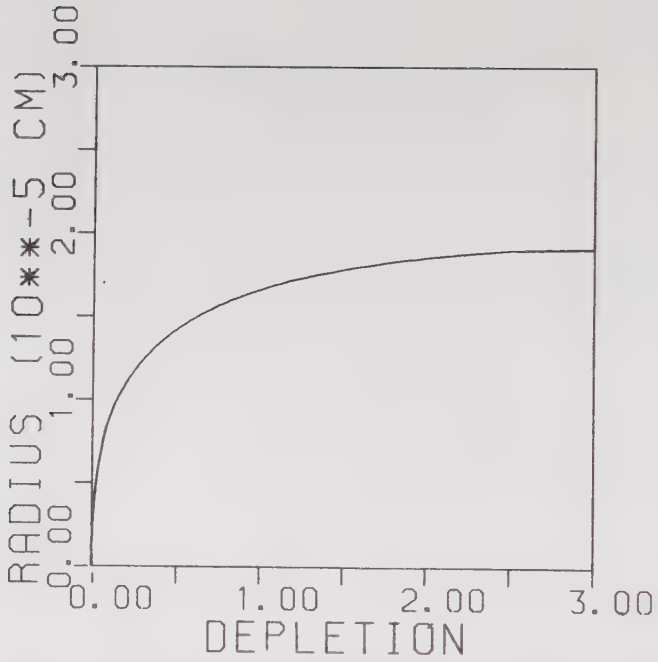


Abb. 4 Staubradius als Funktion der Depletion D

ionisierten Zustandes der stoßenden Teilchen, u.a. (Hollenbach und Salpeter 1970).

Die Depletionrate von Kohlenstoff kann als Produkt der Stoßrate von Kohlenstoff mit Staubkörnern und des Klebefaktors geschrieben werden (Spitzer 1968):

$$(7.3) \qquad \left[N_H \frac{D}{Dt}\left(\frac{N_c}{N_H}\right)\right]_D = -N_c\,(x_s N_H)\,\langle \sigma v s\rangle \quad .$$

Dabei ist $(x_s N_H)$ die Teilchendichte des Staubes, σ der Stoßquerschnitt, v die relative Geschwindigkeit zwischen Staubteilchen und Kohlenstoff und s der Klebefaktor.

Wenn wir für σ den geometrischen Querschnitt eines kugelförmigen Staubteilchens mit dem Radius a und für v die thermische Geschwindigkeit der Kohlenstoffatome nehmen, und alle Unsicherheiten, die dabei entstehen, in den Parameter s stecken, läßt sich Gleichung (7.3) in folgender Form schreiben:

$$(7.4) \qquad \left[\frac{D}{Dt}\gamma_c\right]_D = -\,s\,(4{,}18\times10^{3}\ \mathrm{cm\,sec^{-1}\,K^{-1/2}})\,x_s\,\pi a^2\,\gamma_c\,N_H T^{1/2} \quad ,$$

wobei die relative Kohlenstoffdepletion γ_c definiert ist durch:

$$(7.5) \qquad \gamma_c = \frac{N_c}{(N_c)_o} = \left(\frac{1}{2}\right)^D \quad .$$

Für $\gamma_c = 1$ ist keine Kohlenstoffdepletion vorhanden ($D = 0$), und die Kohlenstoffteilchendichte ist daher $N_C = (N_C)_o$.

Gleichungen von der Form der Gleichung (7.3) müßten eigentlich auch für die restlichen schweren Elemente aufgestellt und mitintegriert werden. Über die genauen Werte der Klebefaktoren der verschiedenen Elemente herrscht aber heutzutage zuviel Unsicherheit, als daß ein solcher Aufwand gerechtfertigt wäre. Stattdessen wird angenommen, daß die relativen Häufigkeiten der verschiedenen Elemente sich nach den Gleichungen (4.1b) bis (4.1n) verhalten. Das heißt, daß ein einziger Parameter, der Depletion-Faktor D, die Depletion der verschiedenen Elemente im Gas kennzeichnet. Durch die Integration von Gleichung (7.4) kann die relative Kohlenstoffdepletion γ_c gewonnen

werden, und mit Hilfe der Definition (7.5) wird der Depletion-Faktor D errechnet.

Aus Gleichung (7.4) läßt sich eine Depletionzeitskala τ_D definieren durch:

$$(7.6) \qquad \frac{1}{\tau_D} = s\cdot(4{,}18 \times 10^{3}\,\mathrm{cm\ sec^{-1}\,{}^{o}K^{-1/2}})\, x_g \pi a^2 N_H T^{1/2} \ ,$$

so daß für die "typischen" Werte $s \sim 1$, $a \sim 10^{-5}$cm und $x_g \sim 10^{-12}$

$$(7.7) \qquad \tau_D \sim \frac{2{,}5 \times 10^{10}\ \mathrm{a\ cm^{-3}\,{}^{o}K^{1/2}}}{N_H T^{1/2}}$$

gilt. Bei interstellaren Wolken ist $N_H T^{1/2} \sim 10^{2}\ {}^{o}K^{1/2}\mathrm{cm}^{-3}$, so daß die Depletion (und damit nach Mészáros auch die Verdampfung der Wolke) in einer Zeitskala $\tau_D \sim 2{,}5 \times 10^{8}$ a erfolgt.

Während Wolkenzusammenstößen werden für eine kurze Zeit (ca. 10^6 Jahre) hohe Dichten erzeugt, so daß das Produkt $N_H T^{1/2}$ den Wert $N_H T^{1/2} \sim 10^{4.5}\ {}^{o}K^{1/2}\mathrm{cm}^{-3}$ erreicht. In diesem Fall ist die Depletionzeitskala $\tau_D \sim 10^{5}$ a.

Die Verdampfung der Atome und Moleküle von der Stauboberfläche bei typischen Staubtemperaturen (Nach Spitzer (1968) gilt für dielektrische Staubteilchen $T_s \approx 10\ {}^{o}K - 20\ {}^{o}K$) ist wahrscheinlich nur für Helium oder Wasserstoffmoleküle effektiv. Um adsorbierte Teilchen von der Stauboberfläche wieder loszulösen, müssen noch andere Prozesse stattfinden. Ein klares Indiz dafür, daß solche Loslösungsprozesse effektiv sind, ist die Beobachtung von Radikalen und Molekülen in interstellaren Wolken. Wir wollen einige dieser Prozesse näher betrachten.

a.) Verdampfung aus heißen Flecken

2 MeV-Protonen verlieren den größten Teil ihrer Energie durch die Anregung und Ionisation der Atome und Moleküle in einem zylindrischen Bereich um ihre Flugbahn. Im interstellaren Gas tragen diese Prozesse zur Aufheizung bei (s. Anhang I). In den Staubteilchen erzeugen diese energiereichen Teilchen ein zylindrisches Rohr erhitzter Materie. Dadurch erhält ein Staubteilchen "heiße Flecken" (hot spots) an den Eingangs- und Ausgangspunkten. Nach Watson und Salpeter (1972) haben die heißen Flecken anfangs einen

Radius $20\,\text{Å} \leq r_0 \leq 100\,\text{Å}$ und eine Temperatur von einigen tausend Grad Kelvin. Die Atome und Moleküle auf einem solchen heißen Fleck können dann ins Gas entweichen, bis die Temperatur wegen einer Verteilung der Hitze auf ein größeres Volumen durch Wärmeleitung wieder abfällt.

Kleine Staubteilchen von der Größenordnung $a \sim r_0$ verdampfen wahrscheinlich vollkommen, wenn kosmische Teilchen sie durchstrahlen (Spitzer 1968). Demnach müssen die Kondensationskerne, die Urstaubteilchen, auf denen sich die schweren Elemente ansammeln, mindestens von der Größenordnung $a_0 \sim 10^{-6}$ cm sein, um die Existenz des interstellaren Staubes zu erklären.

Die Verdampfungsrate wird in der folgenden Form geschrieben:

$$(7.8) \qquad \left[N_H \frac{D}{Dt}\left(\frac{N_c}{N_H}\right)\right]_V = \beta \{1 - \gamma_c\} (N_H x_s) \pi a^2 \quad .$$

Die "Verdampfungskonstante" $\beta\{1-\gamma_c\}$ gibt an, wieviele Kohlenstoffatome pro cm^2 und pro sec zurück ins Gas entweichen. In der angenommenen Form ist diese "Konstante" dem relativen Anteil des Kohlenstoffs auf dem Staub $\{1-\gamma_c\}$ proportional. Demnach müßte es schwieriger sein, Kohlenstoff von der Stauboberfläche zu entziehen, wenn die Depletion klein ist ($D \approx 0$ entspricht $\gamma_c \approx 1$), also wenn wenig Kohlenstoff auf dem Kondensationskern vorhanden ist.

Interpretiert man β als 2 MeV-Protonenfluß und $\{1-\gamma_c\}$ als die mittlere Zahl der Kohlenstoffatome $\lambda/4 = \{1-\gamma_c\}$, die pro 2 MeV-Proton von der Oberfläche gelöst werden, so entspricht Gleichung (7.8) der Gleichung von de Jong und Kamijo (1973):

$$(7.9) \qquad \left(\frac{D}{Dt} a\right)_V = - \frac{\lambda \beta}{n_{mol}} \quad .$$

Dabei bezeichnet n_{mol} die Teilchendichte des festen Staubmaterials und λ die Gesamtzahl der Teilchen, die pro 2 MeV-Proton von der Oberfläche gelöst werden. De Jong und Kamijo haben die Werte $n_{mol} \approx 3{,}5 \times 10^{22}$ cm^{-3}, $\lambda = 1$, und $\beta = 9$ cm^{-2} sec^{-1} in ihren Rechnungen benutzt.

Für $\beta = 10$ cm^{-2} sec^{-1}, $\gamma_c \approx 1/2$, $x_s = 10^{-12}$ und $a \sim 2 \times 10^{-5}$ cm erhält man aus Gleichung (7.8) eine Ver-

dampfungszeitskala:

$$(7.10) \qquad \tau_V = \frac{N_C}{\left[N_H \frac{D}{Dt}\left(\frac{N_x}{N_H}\right)\right]_V} \sim 10^9 \text{ a} \quad .$$

b.) Sputtering durch Photonen.

Die Absorption von Photonen durch Teilchen auf dem Staub kann zur Loslösung dieser oder benachbarter Teilchen führen. Watson und Salpeter (1972) halten die Photonen der Energie 6 - 11 eV für diesen Prozeß am effektivsten.

Der Beitrag dieses Prozesses zum Abbau des Staubradius kann durch eine Veränderung des Parameters β in Gleichung (7.8) dargestellt werden. Da aber der Wert dieses Parameters sehr ungewiß ist, soll β in der folgenden Diskussion als freier Parameter betrachtet werden.

c.) Teilchen-Sputtering

In Zusammenstößen zwischen Staubkörnern und Gasteilchen können einzelne Atome oder Moleküle aus dem Staub herausgeschlagen werden. Für diesen Vorgang sind Heliumatome wegen ihrer größeren Masse besser geeignet als Wasserstoffatome. Dieser Prozeß wird jedoch in kalten Wolken nur eine geringe Rolle spielen, da einige eV benötigt werden, um zum Beispiel Wassermoleküle von der Stauboberfläche zu entfernen.

Aannestad (1973) zeigt, daß in einem interstellaren Schock Teilchen-Sputtering den Radius eines mit Eis bedeckten Staubteilchens reduzieren kann. In den numerischen Rechnungen der Wolkenzusammenstöße wird Teilchen-Sputtering dennoch vernachlässigt und es wird stattdessen als Anfangsbedingung angenommen, daß die Depletion vor der Stoßfront gering ist (s. § 10).

In der folgenden Diskussion wird vorausgesetzt, daß die zurück ins Gas entweichenden Teilchen im atomaren statt im molekularen Zustand sind. Diese Voraussetzung entspricht der Annahme, daß die Moleküle durch das interstellare Strahlungsfeld oder durch kosmische Strahlung sofort dissoziiert werden. Dies trifft wahrscheinlich spätestens dann nicht zu, wenn die relative Molekülhäufigkeit des Wasserstoffs groß ist (Wasserstoffmoleküle werden im nächsten Paragraphen behandelt).

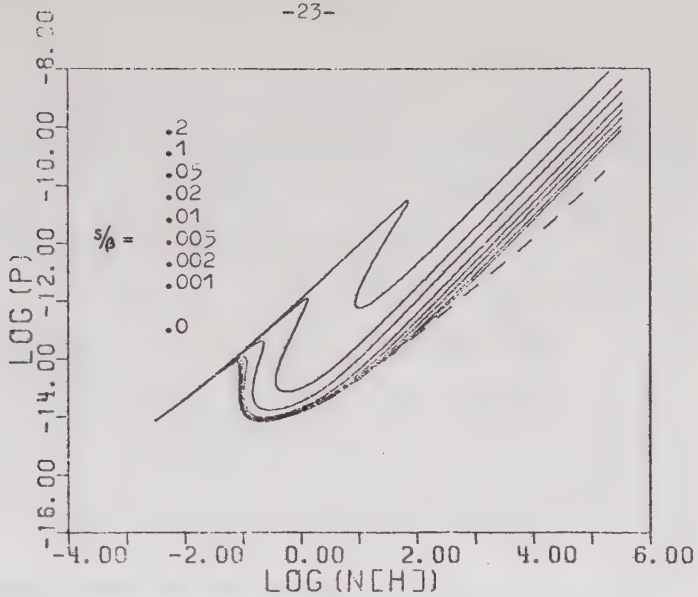


Abb. 5 Gleichgewichtskurven ($\mathcal{L}$ =0) in der log P - log N_H - Ebene (s/β vorgegeben)

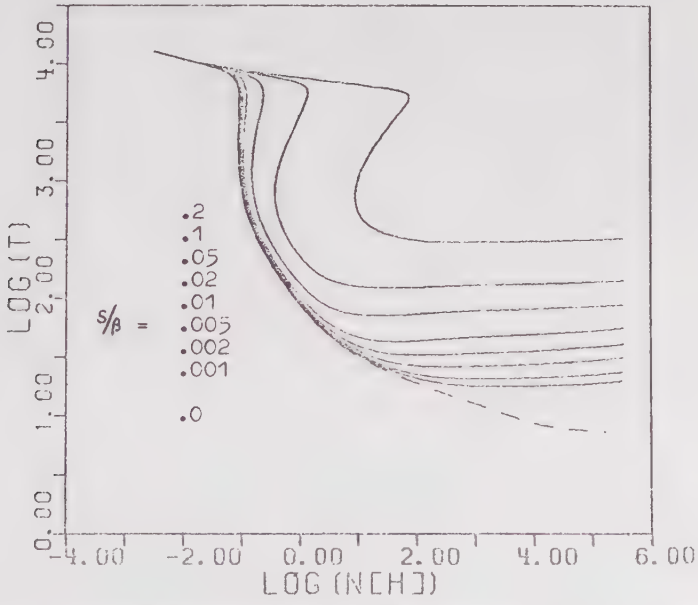


Abb. 6 Gleichgewichtskurven ($\mathcal{L}$ =0) in der log T - log N_H - Ebene (s/β vorgegeben)

Aus den Gleichungen (7.4), (7.5) und (7.8) folgt die zeitliche Ableitung der relativen Kohlenstoffdepletion:

$$(7.11)\qquad \frac{D}{Dt}\gamma_c = s\,x_s\,\pi a^2 \left[(\rho/s)\left(\frac{1-\gamma_c}{3\times 10^{-4}}\right) - (4{,}18\times 10^{3}\,\mathrm{cm\ sec^{-1}\ {}^{o}K^{-1/2}})\,\gamma_c N_H T^{1/2}\right] .$$

Bei Depletion-Gleichgewicht $D\gamma_c/Dt = 0$ gilt:

$$(7.12)\qquad \left(\frac{1}{2}\right)^{D} = \gamma_c = \frac{1}{1 + (1{,}25\ \mathrm{cm\ sec^{-1}\ {}^{o}K^{-1/2}})\left(\frac{s}{\beta}\right) N_H T^{1/2}} .$$

In Abb. 5 und Abb. 6 sind Gleichgewichtskurven ($\mathcal{L} = 0$) abgebildet, für die der Depletion-Faktor D nicht vorgegeben ist, sondern mit Hilfe der Gleichung (7.12) für verschiedene Werte des Verhältnisses s/β errechnet wird. Dabei wird der Beitrag der Moleküle zur Kühlung vernachlässigt.

In Abb. 6 ist besonders auffallend, daß die Temperatur der kalten Wolkenphase fast unabhängig von der Wasserstoffkerndichte N_H ist, und nur vom Verhältnis s/β abhängt. Abb. 7 zeigt diese Temperatur T_{min} als Funktion von s/β. Testrechnungen für konstante Werte $(s/\beta\, T^{1/2}) = \mathrm{const.}$ weisen auf das gleiche Verhalten der kalten Materie hin. Die Temperatur der Wolken beim Ionisations-, Depletion- und thermischen Gleichgewicht hängt nicht von der Wasserstoffkerndichte ab. Die Verdampfungszeitskala ist jedoch viel zu lang, als daß die Depletion des Gases sich den relativ schnelleren dynamischen Veränderungen anpassen kann.

Abb. 8 zeigt den Depletion-Faktor D, der aus den Gleichgewichtsrechnungen für verschiedene Werte $[s/\beta]$ gewonnen wird, als Funktion der Wasserstoffkerndichte N_H.

§ 8. Bildung und Zerstörung der Wasserstoffmoleküle

Hollenbach und Salpeter (1971) haben gezeigt, daß fast alle auf der Stauboberfläche adsorbierten Wasserstoffatome in Wasserstoffmoleküle rekombinieren. Die Erzeugungsrate $\left[N_H \frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{H_2}}{N_H}\right)\right]_E$ der Wasserstoffmoleküle kann dargestellt werden als Produkt der Stoßrate zwischen Wasserstoffatomen und Staub, des Klebefaktors $s_H{}^{o}$ für atomaren Wasserstoff und des Faktors 1/2 (je Wasserstoffmolekül sind 2

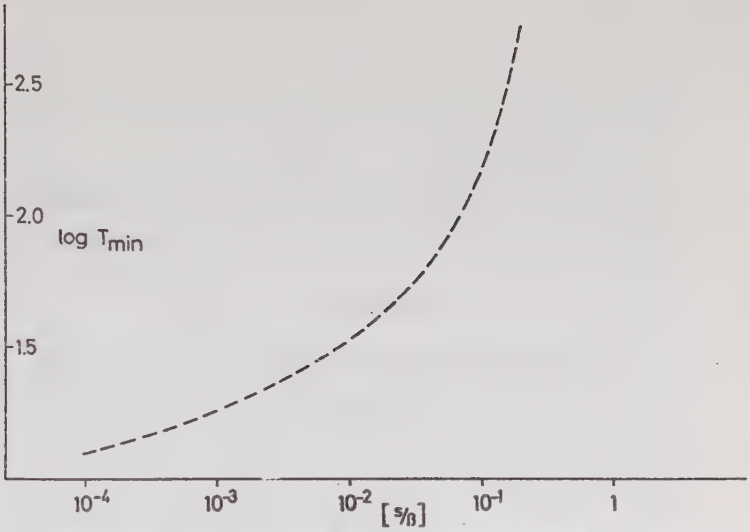


Abb. 7 Temperatur der kalten Wolkenphase T_{min} als Funktion von $[s/\beta]$ bei Depletion-Gleichgewicht

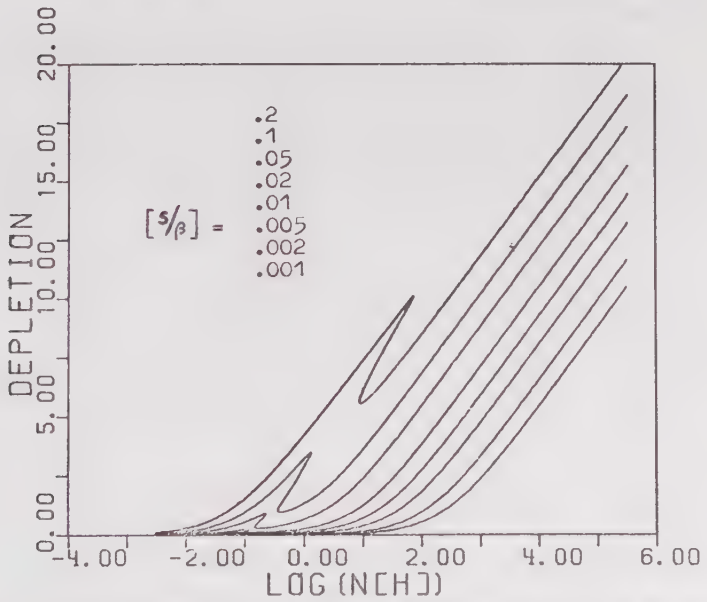


Abb. 8 Depletion-Faktor D als Funktion von log N_H bei Depletion-Gleichgewicht ($[s/\beta]$ vorgegeben)

Atome nötig):

$$(8.1)\qquad \left[N_H \frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{H_2}}{N_H}\right)\right]_E = \frac{1}{2} n_{H^o}\left(N_H x_s\right) \langle \sigma v s_{H^o}\rangle \quad .$$

Wenn wir für σ den geometrischen Querschnitt des Staubes und für v die thermische Geschwindigkeit des atomaren Wasserstoffes einsetzen, läßt sich Gleichung (8.1) in der Form schreiben:

$$(8.2)\qquad \left[N_H \frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{H_2}}{N_H}\right)\right]_E = s_{H^o}\left(2{,}28 \times 10^4 \text{ cm sec}^{-1} \text{°K}^{-1/2}\right) x_s a^2 n_{H^o} N_H T^{1/2} \quad .$$

Der Klebefaktor für atomaren Wasserstoff $s_H{}^o$ folgt aus den Rechnungen von Hollenbach und Salpeter (1970):

$$(8.3)\qquad s_{H^o} = \frac{(E_c/kT)^2 + 0{,}8\,(E_c/kT)^3}{1 + 2{,}4\,(E_c/kT) + (E_c/kT)^2 + 0{,}8\,(E_c/kT)^3} \quad .$$

Dabei gilt für atomaren Wasserstoff:

$$(8.4)\qquad E_c/k = 70\ ^\circ K \quad .$$

Die neugebildeten Wasserstoffmoleküle werden wahrscheinlich von der Stauboberfläche sofort ins Gas entweichen, wo sie der Strahlung von UV-Photonen ($h\nu \lesssim 13{,}6$ eV) ausgesetzt sind und mit thermischen Teilchen zusammenstoßen können. Die thermische Dissoziationsrate $\left[N_H \frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{H_2}}{N_H}\right)\right]_D^{(th)}$ der Wasserstoffmoleküle durch die Prozesse:

$$(8.5)\qquad \begin{aligned} H_2 + H_2 &\longrightarrow H^o + H^o + H_2 \\ H^o + H_2 &\longrightarrow H^o + H^o + H^o \end{aligned}$$

lautet (Toshiaki Hirasawa 1969):

$$(8.6)\qquad g_{Dis}^{(th)} = \left[(3 \times 10^{-4}) n_{H_2} + (2 \times 10^{-6}) n_{H^o}\right] \exp\left(-\frac{52000}{T}\right)$$

$$(8.7)\qquad \left[N_H \frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{H_2}}{N_H}\right)\right]_D^{(th)} = -n_{H_2} g_{Dis}^{(th)} \quad .$$

Weil das Dipolmoment fehlt, wird das Wasserstoffmolekül durch ein Lichtquant $h\nu \sim 4{,}48$ eV nicht direkt photodissoziiert. Stecher und Williams (1967) schlagen stattdessen den folgenden Prozeß zur Photodissoziation des Wasserstoffes vor:

$$(8.8)\qquad \begin{aligned} H_2(X'\,\Sigma_g^+, \mu{=}0) &\xrightarrow[\text{Absorption } \sim 1000\,\text{Å}]{} H_2(B'\,\Sigma_u^+, \mu{=}\mu') \\ H_2(B'\,\Sigma_u^+, \mu{=}\mu') &\longrightarrow H_2(X, \mu'{=}\mu'') \end{aligned} \quad .$$

Das Wasserstoffmolekül im elektronischen Grundzustand wird durch die Absorption eines UV-Photons in den Zustand $B^1\Sigma_u^+$ gehoben. Wenn das Molekül in den elektronischen Grundzustand zurückfällt, ist im allgemeinen die Rotationsquantenzahl $\mu=\mu''$ anders als die ursprüngliche Quantenzahl $\mu = 0$. Das Wasserstoffmolekül dissoziiert wenn $\mu'' > 14$ (ca. 11% der Fälle).

Bezeichnet man durch $\sigma_i(\nu)$ den Anregungsquerschnitt des i-ten Übergangs bei der Frequenz ν, durch k_i die Wahrscheinlichkeit, daß dieser Übergang zur eventuellen Dissoziation führt und durch h_i den Faktor 1/4 oder 3/4 (je nachdem, ob dieser Übergang im Para- oder Orthowasserstoff stattfindet), so kann man für die Photodissoziation des Wasserstoffes schreiben:

$$(8.9) \qquad \left[N_H \frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{H_2}}{N_H}\right)\right]_D^{(uv)} = -n_{H_2}\int_0^\infty d\nu \left\{ I(\nu,\vec{x}) \sum h_i k_i \sigma_i(\nu)\right\} \quad .$$

Dabei ist $I(\nu,\vec{x})$ der Strahlungsfluß (Photonen $cm^{-2}sec^{-1}Hz^{-1}$) an der Stelle $\vec{x}$. Um den Strahlungsfluß zu berechnen, muß im allgemeinen die Strahlungstransportgleichung gelöst werden, denn eine Wolke mit einer hohen Wasserstoffmolekülhäufigkeit kann für diese Absorptionslinien im UV-Bereich sehr wohl optisch dick werden. Um die mathematische Behandlung zu vereinfachen, werden die folgenden Annahmen gemacht:

1.) Die Wolke und der Strahlungstransport werden eindimensional behandelt. Liegt die Wolke zwischen $z = -\ell$ und $z = \ell$, so wird sie links mit dem Strahlungsfluß $I(\nu,-\ell)$ und rechts mit dem Fluß $I(\nu,\ell)$ eindimensional bestrahlt.

2.) Das äußere Strahlungsfeld sei im UV-Bereich konstant. Es gilt:

$$(8.10) \qquad I(\nu,\ell) = I(\nu,-\ell) = G_0 \quad .$$

3.) Die etwa sechzig Absorptionslinien des Wasserstoffmoleküls im UV-Bereich werden in acht effektive Linien verkürzt und zusammengefaßt (Hollenbach, Werner und Salpeter 1971).

Definiert man die effektive Oszillatorenstärke f_i der

effektiven Absorptionslinie "i" durch:

$$(8.11) \qquad \int_0^\infty d\nu\, \sigma_i(\nu) = \left(\frac{\pi e^2}{m_e c}\right) f_i$$

und bezeichnet man mit $J_i(z)$ das Integral:

$$(8.12) \qquad J_i(z) = \left(\frac{m_e c}{\pi e^2}\right) \int_0^\infty d\nu \left\{ \sigma_i(\nu)\, \exp\left(-\int_z^\ell \sum_j h_j \sigma_j(\nu)\, n_{H_2}\, dz'\right)\right\} ,$$

dann läßt sich (8.9) in der einfachen Form darstellen:

$$(8.13) \qquad \left[N_H \frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{H_2}}{N_H}\right)\right]_D^{(uv)} = -\, n_{H_2}\, q_{Dis}^{(uv)}$$

$$(8.14) \qquad q_{Dis}^{(uv)} = G_o \left(\frac{\pi e^2}{m_e c}\right) \sum_i h_i k_i f_i \left\{ J_i(z)\, e^{-\tau_s(z)} + J_i(-z)\, e^{-\tau_s(-z)} \right\} .$$

Der Faktor $e^{-\tau_s(z)}$ charakterisiert die Absorption des UV-Lichts durch Staub. In dieser Arbeit wird $\tau_s(z)$ approximiert durch:

$$(8.15) \qquad \tau_s(z) = (1{,}3 \times 10^{12}) \int_z^\ell a^2(z')\, \rho(z')\, dz'$$

Die Werte für λ_i, $f_i h_i$ und k_i und Formeln für $J_i(z)$ werden von Hollenbach, Werner und Salpeter (1971) übernommen. Ihre Ergebnisse lassen sich approximativ darstellen durch:

$$(8.16) \qquad J_i = \left\{ \begin{array}{ll} \dfrac{1}{1 + t_i a_i/\sqrt{2\pi}} & t_i a_i < 3{,}020 \\ \dfrac{1}{t_i a_i \sqrt{\ln(t_i a_i/\sqrt{\pi})}} & t_i a_i \geq 3{,}020 \end{array} \right\} + \frac{1}{\left(t_i + \left(\frac{\pi \gamma_i}{2}\right)^2\right)^{1/2}}$$

mit den dimensionslosen Parametern:

$$(8.17) \qquad a_i = \frac{\gamma_i}{\Delta\nu_D}$$

$$(8.18) \qquad t_i = \left(\frac{\pi e^2}{m_e c}\right)\left(\frac{f_i h_i}{\gamma_i}\right) \int_z^\ell n_{H_2}\, dz$$

$$(8.19) \qquad \log_{10}\gamma_i = -\,0{,}0349\, (\log_{10} a_i)^2 - 1{,}214\, (\log_{10} a_i) + 0{,}138 .$$

Hier bedeutet γ_i die natürliche Linienbreite und $\Delta\nu_D$ die Doppler-Breite der Linie "i". In der Tabelle 1 werden die Werte für λ_i, $f_i h_i$, κ_i, $(a_i T^{1/2})$ und $t_i / \int_z^\ell n_{H_2} dz$ gegeben.

Für G_o wird der Wert:

$$(8.20) \qquad G_o = 3 \times 10^{-8} \text{ Photonen cm}^{-2}\text{sec}^{-1}\text{Hz}^{-1}$$

verwendet (Hollenbach, Werner und Salpeter 1971).

Um die Zerstörungszeitskala des Wasserstoffmoleküls

Tabelle 1

Parameter der 8 effektiven Absorptionslinien von H_2:

i	λ_i(Å)	$f_i h_i$	k_i	$a_i T^{1/2}$($^oK^{1/2}$)	$t_i/\int_z^\ell n_{H_2} dz$ (cm^2)
1	1020	0,0127	1,05	0,2299	$9{,}896 \times 10^{-13}$
2	990	0,0062	4,21	0,2369	$4{,}555 \times 10^{-13}$
3	985	0,0103	1,33	0,2380	$7{,}490 \times 10^{-13}$
4	965	0,0075	1,50	0,2430	$5{,}234 \times 10^{-13}$
5	965	0,0044	3,57	0,2430	$3{,}072 \times 10^{-13}$
6	947	0,0035	3,98	0,2476	$2{,}350 \times 10^{-13}$
7	932	0,0023	4,80	0,2516	$1{,}496 \times 10^{-13}$
8	925	0,0013	4,80	0,2535	$0{,}836 \times 10^{-13}$

abschätzen zu können, schreiben wir (für den optisch dünnen Fall) $g_{Dis}^{(uv)} \sim 10^{-10}$ sec^{-1}. Dann gilt:

$$\tau_{Dis}^{(uv)} = \left| \frac{n_{H_2}}{\left[N_H \frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{H_2}}{N_H}\right)\right]_{Dis}^{(uv)}} \right| = \frac{1}{g_{Dis}^{(uv)}} \sim 300\, a \quad . \tag{8.21}$$

Für die "typischen" Werte $s_H o T^{1/2} \sim 1$, $a \sim 10^{-5}$ cm und $x_s = 10^{-12}$ erhalten wir eine Rekombinationszeitskala des atomaren Wasserstoffs in molekularen Wasserstoff:

$$\tau_E = \frac{(2 n_{H^o})}{\left[N_H \frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{H_2}}{N_H}\right)\right]_E} \sim \frac{10^{10} a}{N_H}\, cm^{-3} \quad . \tag{8.22}$$

Im optischen Fall werden demnach hohe Dichten von der Größenordnung $N_H \approx 3 \times 10^6$ cm^{-3} benötigt, um einen relativen Anteil des molekularen Wasserstoffs von 10% zu erzeugen. Im optisch dicken Fall kann $g_{Dis}^{(uv)}$ um Zehnerpotenzen reduziert werden. Die Einstellzeit des Gleichgewichts zwischen Molekülbildung und -zerstörung ist aber in diesem Fall entsprechend länger.

Aus den Gleichungen (8.2), (8.7) und (8.14) folgt die zeitliche Ableitung der relativen Wasserstoffmolekülhäufigkeit:

$$N_H \frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{H_2}}{N_H}\right) = S_{H^o} \left(2{,}28 \times 10^4\ cm\ sec^{-1}\ {}^oK^{-1/2}\right) x_s a^2 n_{H^o} N_H T^{1/2} - \left(g_{Dis}^{(th.)} + g_{Dis}^{(uv)} \right) n_{H_2} \quad . \tag{8.23}$$

Kapitel III: Numerische Behandlung von Wolkenzusammenstößen und der späteren dynamischen Entwicklung

Ein Zusammenstoß zweier identischer Wolken wurde in Abb. 1 schematisch gezeigt. Da die isotherme Schallgeschwindigkeit des kühlen Gases ($c \sim 0{,}5$ km/sec) verglichen zur Stoßgeschwindigkeit ($u_0 \sim 10$ km/sec) klein ist, entwickeln sich zwei Stoßfronten (Abb. 1a), die sich durch die Wolken nach außen bewegen. Senkrecht zur Stoßrichtung läuft eine Verdünnungswelle in die hochkomprimierte Materie zwischen den Stoßfronten mit Schallgeschwindigkeit hinein. Während der kurzen Kompressionsphase wird sie nicht weit in die Wolken eindringen können.

Aus diesem Grund können Wolkenzusammenstöße bis zum Zeitpunkt (1b) mit ausreichender Genauigkeit eindimensional behandelt werden. In der Stoßrichtung variieren Druck, Temperatur, Dichte, usw. räumlich nur als Funktion der Entfernung vom Stoßzentrum.

Nachdem die Stoßfronten durch die Wolken hindurch gelaufen sind, expandiert die komprimierte Wolkenmaterie gegen einen kleineren Außendruck (Abb. 1c). Wenn der Gasdruck der kalten Materie unter den Außendruck abgefallen ist, wird diese Expansion verzögert, bis schließlich die kalte Materie durch den Druck der dünnen Zwischenwolkenmaterie und durch die Eigengravitation wieder komprimiert wird.

Die Phasen der Entwicklung werden in diesem Kapitel an Hand analytischer Überlegungen und numerischer Berechnungen eingehend diskutiert.

Bei den numerischen Rechnungen wurde wegen der Spiegelsymmetrie bezüglich des Stoßzentrums nur die Entwicklung einer der Wolken verfolgt. Die Symmetrieebene wurde als Koordinatenursprung gewählt, so daß die Ebene $z = 0$ auch im Schwerpunktsystem fest war. Die z-Richtung war die Bewegungsrichtung.

§ 9. Hydrodynamik in einer Dimension

Die Änderung der Geschwindigkeit in z-Richtung folgt aus der Bewegungsgleichung (Magnetfelder werden vorläufig nicht berücksichtigt):

$$(9.1) \qquad \rho \frac{D}{Dt} u = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} - \rho g_z \quad .$$

In dieser Gleichung bedeutet $\frac{D}{Dt}$ die zeitliche Ableitung in Lagrange'schen Koordinaten (die Koordinaten bewegen sich mit dem Gas) und $\frac{\partial}{\partial t}$ die zeitliche Ableitung in Euler'schen Koordinaten (die Koordinaten sind räumlich fest). Die Massendichte ρ und die Schwerkraftbeschleunigung g_z werden aus der Kontinuitätsgleichung beziehungsweise aus der Poisson-Gleichung erhalten:

$$(9.2) \qquad \frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial z} = - \rho \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$(9.3) \qquad \frac{\partial g_z}{\partial z} = 4 \pi G \rho \quad .$$

Die Lagrange'sche Massenkoordinate m_z wird wie folgt definiert:

$$(9.4) \qquad m_z = \int_0^z \rho(z')\, dz' \quad .$$

Dabei wird $\rho(z')$ vom Schwerpunkt ($z' = 0$) des Wolkensystems bis zum Punkt $z' = z$ integiert.

Mit der Definition (9.4) lassen sich diese Gleichungen in der einfachen Form darstellen:

$$(9.1') \qquad \frac{Du}{Dt} = - \frac{\partial P}{\partial m_z} - g_z$$

$$(9.2') \qquad \frac{1}{\rho} = \frac{\partial z}{\partial m_z}$$

$$(9.3') \qquad g_z = 4 \pi G m_z \quad .$$

Um zu zeigen, daß die Gleichungen (9.2) und (9.2') äquivalent sind, wird (9.2') nach $\frac{D}{Dt}$ differenziert und die Definition der Geschwindigkeit

$$(9.5) \qquad \frac{Dz}{Dt} = u$$

angewandt.

Zu diesen partiellen Differentialgleichungen kommen noch die Energiegleichung (s. Anhang I), die Zustands-

gleichung und die Differentialgleichungen für die relativen Häufigkeiten der verschiedenen Bestandteile des Gases (s. Kapitel II) hinzu.

Für die numerische Behandlung von Stoßfronten wird eine künstliche Viskosität eingeführt. Sie ist gegeben durch (Richtmeyer und Morton 1968):

$$(9.6) \qquad Q = \begin{cases} 0 & \delta u \geq 0 \\ \alpha^2 \rho (\delta u)^2 & \delta u < 0 \end{cases} .$$

Dabei ist δu die Geschwindigkeitsdifferenz zweier benachbarter Lagrange-Massenpunkte. Q muß in der Bewegungsgleichung und der Energiegleichung als zusätzlicher Druck behandelt werden.

Um dieses System partieller Differentialgleichungen lösen zu können, benötigen wir zwei Randbedingungen. Eine Randbedingung ergibt sich aus der Spiegel-symmetrie der zwei Wolken um z = 0. Es gilt $\frac{\partial (P+Q)}{\partial m_z}\Big|_{m_z=0} = 0$ oder was gleichwertig wäre:

$$(9.7) \qquad u(m_z=0) = 0 \quad .$$

Als äußere Randbedingung wird bei einer weit außerhalb der Wolke liegenden Ebene ($m_z = m_1$) angenommen:

$$(9.8) \qquad P(m_z=m_1) = P_o = \text{const.}$$

Im Gegensatz zu früheren Behandlungen von Wolkenzusammenstößen wird der Punkt m_1 nicht als äußerer Rand der Wolke gewählt (hier liegt der äußere Rand der Wolke bei $m_z = m_o < m_1$). Stattdessen wird die dynamische Entwicklung der heißen, unmittelbar an die Wolke grenzenden Materie mitgerechnet.

Um die obigen Gleichungen bei einem Wolkenzusammenstoß anwenden zu können, muß die mittlere freie Weglänge λ der Gasteilchen klein sein gegenüber den Lineardimensionen der Wolken. Dies ist für ein Atom in einem Wasserstoffgas sicherlich der Fall, denn die "mittlere freie Säulendichte" $\nu_H = \rho \lambda_H$ ist gegeben durch:

$$(9.7) \qquad \nu_H \approx \frac{m_H}{\pi (r_H + r_H)^2} \sim 10^{-9} \text{ g cm}^{-2} \quad .$$

Die Größe ν_H ist sehr klein im Vergleich zur Säulendichte einer interstellaren Wolke ($m_0 \sim 10^{-3}$ g cm$^{-2} \gg\gg \nu_H$).

Für Staubteilchen $a \sim 10^{-5}$ cm ist die Bedingung $\nu_s \ll m_0$ nicht so gut erfüllt:

$$\nu_s \approx \frac{(4\pi/3)\, g_s\, a^3}{\pi (a + r_H)^2} \sim 10^{-5} \text{ g cm}^{-2} \quad . \tag{9.10}$$

Die numerische Methode zur Lösung des oben beschriebenen Systems partieller Differentialgleichungen wird in Anhang II diskutiert.

§ 10. Anfangsmodelle

Numerische Rechnungen wurden für vier verschiedene Anfangsmodelle durchgeführt. Da die Bezeichnungen "Modell I", "Modell II", usw. für diese Rechnungen im weiteren Verlauf der Arbeit wiederholt auftauchen werden, wird in diesem Paragraphen eine kurze Beschreibung ihrer Eigenschaften gegeben.

a.) Modell I

Zwei eindimensionale homogene Wolken, beide von der Dicke $\ell_\xi = 7{,}6$ pc und der Säulendichte $m_0 = \int_0^{\ell} \varrho(z')\, dz' = 10^{-3}$ g cm^{-2} stoßen mit der relativen Geschwindigkeit von 20 km/sec zusammen ($u_0 = -10$ km/sec im Schwerpunktsystem). Es wird angenommen, daß ungefähr die Säulendichte $m_1 - m_0 = 5 \times 10^{-5}$ g cm^{-2} der heißen Materie sich mit den stoßenden Wolken mitbewegt. Die Wolken stehen anfangs im Druckgleichgewicht mit der äußeren heißen Materie beim Druck $P_0 = 10^{-13.115}$ erg cm^{-3}. Zur Zeit $t = 0$ herrscht Ionisationsgleichgewicht und thermisches Gleichgewicht, so daß das System durch zwei Punkte auf der $\mathcal{L} = 0$-Kurve (§ 6) dargestellt werden kann. Weder Depletion noch Wasserstoffbildung werden bei diesem Modell berücksichtigt.

b.) Modell II

Eine homogene komprimierte Wolke von der Gesamtdicke $2\ell = 0{,}0093$ pc und der Gesamtsäulendichte $2 m_0 = \int_{-\ell}^{\ell} \varrho\, dz' = 2 \times 10^{-3}$ g cm^{-2} fängt bei $t = 0$ an, gegen die äußere heiße Materie mit dem Gasdruck $P_0 = 10^{-13.115}$ erg cm^{-3}

zu expandieren. Dies entspricht etwa der Situation von Modell I nach $t = |\ell_E/u_o|_I \sim 740\ 000$ a, nachdem die zwei kollidierenden Wolken eine hochkomprimierte Masse gebildet haben. Obwohl alle Massenelemente der Wolken im Schwerpunktsystem ruhen (u_o = 0 km/sec), strömt die heiße Materie mit der Säulendichte $m_1 - m_o = 5 \times 10^{-5}$ g cm^{-2} immer noch dagegen ($u(m_z > m_o) = -10$ km/sec).

Im Gegensatz zum Modell I wird die Schwerkraft nicht berücksichtigt. Zur Zeit t = 0 kann das System zwar durch zwei Punkte auf der $\mathcal{L} = 0$-Kurve in der log N_H - log P - Ebene dargestellt werden, aber die Punkte liegen nicht beim gleichen Gasdruck.

c.) Modell III

Modell III ist anfangs eine ruhende, homogene, komprimierte Masse der Gesamtdicke $2\ell = 0{,}0016$ pc und der Gesamtsäulendichte $2\, m_o = \int_{-\ell}^{\ell} \varrho\, dz = 4 \times 10^{-4}$ g cm^{-2}. Dies entspricht zwei kollidierenden Wolken ca. 150 000 a nach der Kollision, jede mit der ursprüngliche Dicke (vor dem Zusammenstoß) von 1,5 pc, die mit der ursprünglichen Relativgeschwindigkeit von 20 km/sec zusammenprallten. Zur Zeit t = 0 ruht auch die äußere heiße Materie (also $u_o = 0$ für $0 \leq m_z \leq m_1$) im Gegensatz zu den anderen Modellen.

d.) Modelle IV

In Modell IV wird die Ablagerung von schweren Elementen auf den Staub und die Bildung von Wasserstoffmolekülen berücksichtigt. Für den Verdampfungsfaktor β (s. § 7) wird der Wert $\beta = 10$ cm^{-2}sec^{-1} eingesezt und für den Klebefaktor s die Funktion $s = (1\ ^{o}K/T)^{1/2}$. Zur Zeit t = 0 wird angenommen, daß keine Wasserstoffmoleküle vorhanden sind, und daß die Depletion in der Wolke und in der heißen Materie gering ist ($D_o = 0{,}066$).

Wie beim Modell I stoßen zwei eindimensionale homogene Wolken zusammen, beide mit der Dicke $\ell_E = 7{,}5$ pc und der Säulendichte $m_o = 10^{-3}$ g cm^{-2}. Die heiße Materie außerhalb der Wolken ($m_1 - m_o = 4 \times 10^{-5}$ g cm^{-2}) bewegt sich mit den Wolken (also $u_o = -10$ km/sec im Schwerpunktsystem). Die Wolken stehen anfangs im Druckgleichgewicht mit der äußeren heißen Materie beim Druck $P_o = 10^{-13.115}$ g cm^{-3}.

Die Anfangsbedingungen der verschiedenen Modelle werden in Tabelle 2 zusammengestellt.

Tabelle 2

Anfangsbedingungen der 4 numerischen Modelle:

		Modell I	Modell II	Modell III	Modell IV
Wolke	P (erg cm^{-3})	$10^{-13.115}$	$10^{-10.447}$	$10^{-10.380}$	$10^{-13.115}$
	ρ (g cm^{-3})	$10^{-22.369}$	$10^{-19.154}$	$10^{-19.083}$	$10^{-22.364}$
	N_H (cm^{-3})	$10^{1.255}$	$10^{4.470}$	$10^{4.541}$	$10^{1.260}$
	T (^oK)	$10^{1.447}$	$10^{0.901}$	$10^{0.897}$	$10^{1.443}$
	ℓ (cm)	$10^{19.369}$	$10^{16.154}$	$10^{15.384}$	$10^{19.364}$
	u (cm sec^{-1})	-10^6	0	0	-10^6
	$m_o=\int_0^{\ell}\rho\,dz$ (g cm^{-2})	10^{-3}	10^{-3}	2×10^{-4}	10^{-3}
Zwischenwolkenmedium	P (erg cm^{-3})	$10^{-13.115}$	$10^{-13.115}$	$10^{-13.115}$	$10^{-13.115}$
	ρ (g cm^{-3})	$10^{-24.924}$	$10^{-24.924}$	$10^{-24.924}$	$10^{-24.924}$
	N_H (cm^{-3})	$10^{-1.300}$	$10^{-1.300}$	$10^{-1.300}$	$10^{-1.299}$
	T (^oK)	$10^{3.941}$	$10^{3.941}$	$10^{3.941}$	$10^{3.940}$
	u (cm sec^{-1})	-10^6	-10^6	0	-10^6
	$m_1=\int_0^{\ell_1}\rho\,dz$ (g cm^{-2})	$1{,}05\times10^{-3}$	$1{,}05\times10^{-3}$	$2{,}8\times10^{-4}$	$1{,}04\times10^{-3}$
1-D Schwerkraft		ja	nein	nein	nein
Depletion		D = 0	D = 0	D = 0	D = 0,066
		s = 0	s = 0	s = 0	$s=(1^oK/T)^{4/2}$
		–	–	–	β= 10 $cm^{-2}sec^{-1}$
n_{H_2} (cm^{-3})		–	–	–	0

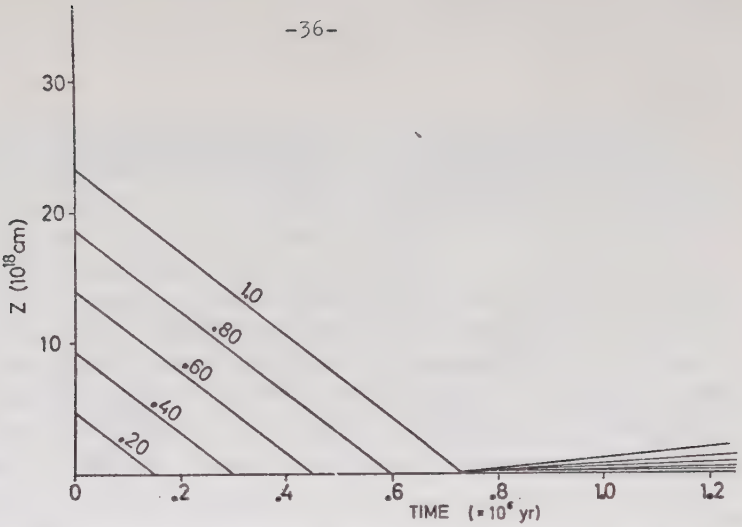


Abb. 9 Kompressionsphase (Modell I): Der Abstand vom Stoßzentrum der fünf Lagrange-Massenelemente m_z/m_o = 0,2 0,4 0,6 0,8 und 1,0 einer der kollidierenden Wolken als Funktion der Zeit

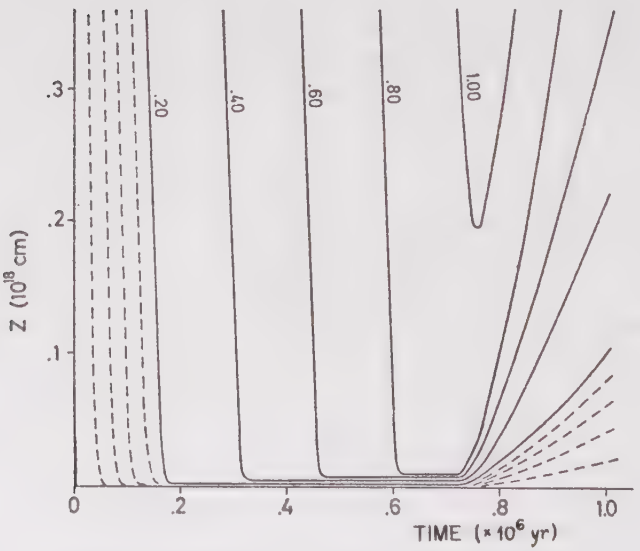


Abb. 10 Kompressionsphase (Modell I): Die z-Achse ist gegenüber Abb. 9 hundertfach vergrößert.

§ 11. Schnelle Kompression

Die dynamische Entwicklung der Modelle I und IV während der schnellen Kompression unterscheidet sich wenig von den numerischen Rechnungen von Stone und Mészáros. Charakteristisch für alle Rechnungen dieser Phase sind die Abbildungen 9 und 10. Aufgetragen sind die räumlichen Abstände vom Stoßzentrum der fünf Lagrange-Massenschalen einer Wolke m_z/m_o = 0,2 0,4 0,6 0,8 und 1,0 als Funktion der Zeit. Die Lagrange-Punkte bewegen sich mit dem Gas und werden nacheinander schlagartig durch die Stoßfront auf eine Geschwindigkeit u = 0 gebremst.

Detaillierte Rechnungen ergeben, daß jedes Massenelement erst auf einen hohen Druck und eine hohe Temperatur gebracht wird. Das Gas kühlt sich aber mit der thermischen Zeitskala $\tau_{th} \sim 10^4$ a schnell ab, die Stoßfront und der Abkühlungsbereich bilden zusammen eine sehr dünne Schicht mit der Säulendichte $(\int \varrho dz)_{\text{Schock+Abk.}}$ kleiner als 10^{-5} g cm^{-2}, die klein ist gegen die Dimensionen einer Wolke (10^{-3} g cm^{-2}). Wir können daher diesen Schock einen "$\mathcal{L}$ = 0 - Schock" bezeichnen. Vor und nach der Stoßfront herrscht thermisches Gleichgewicht; der Schock selbst stellt eine Diskontinuität in der Geschwindigkeit, dem Druck und der Massendichte dar.

Die zeitliche Entwicklung der Lagrange-Massenelemente m_z/m_o = 0,0 und m_z/m_o = 0,2 während der schnellen Kompression wird in Abb. 11 in der log N_H - log P - Ebene für Modell IV gezeigt. Die Materie befindet sich unmittelbar vor und unmittelbar nach der Kompression nicht genau auf der $\mathcal{L}$ = 0 - Kurve, weil Depletion und Wasserstoffmolekülbildung bei der Berechnung der Gleichgewichtskurve nicht berücksichtigt wurden.

Das dynamische Verhalten des Gases während der schnellen Kompression läßt sich durch einfache analytische Überlegungen leicht erklären. Statt wie bei Spitzer (1968) Adiabasie oder Isothermie vorauszusetzen, verlangen wir, daß thermisches Gleichgewicht herrscht ($\mathcal{L}$ = 0). Dann ist die Dichte eine Funktion des Gasdrucks:

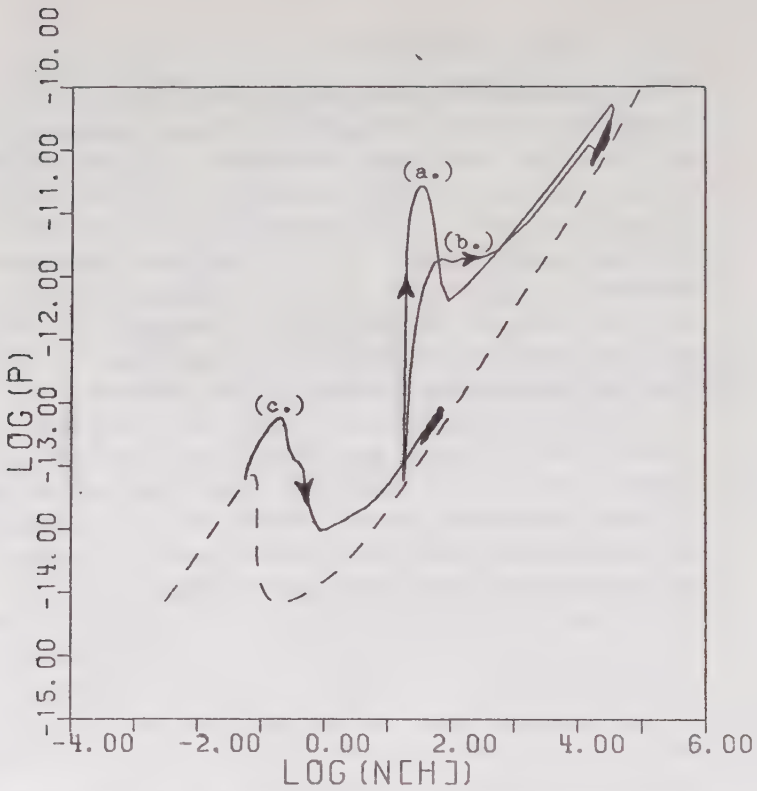


Abb. 11 Entwicklung einiger Lagrange-Massenelemente zu verschiedenen Zeiten in der $\log N_H$ - $\log P$ - Ebene (Modell IV). Die gestrichelte Kurve ist die Gleichgewichtskurve für $D = 0$.

a.) Schnelle Kompression für $m_z/m_o = 0{,}0$ $(t \geq 0)$.

b.) Schnelle Kompression für $m_z/m_o = 0{,}2$ $(t \geq 140\,000$ a).

c.) Das heiße Massenelement $m_z/m_o = 1{,}003$ wird durch die Stoßfront, die in die heiße Materie hineinläuft, von der $\mathcal{L} = 0$ - Kurve zu einem Phasenübergang gezwungen. $(t \geq 10^6$ a)

(11.1) $\rho = f(P)$.

Zwei weitere Bedingungen erhalten wir durch Integration der Gleichungen (9.1) und (9.2) über den $\mathcal{L} = 0$ - Schock:

(11.2) $\rho_0 u_0' = \rho_1 u_1'$

(11.3) $P_0 + \rho_0 u_0'^2 = P_1 + \rho_1 u_1'^2$.

Gleichungen (11.2) und (11.3) sind die üblichen Stoßbedingungen im Bezugssystem, das sich mit dem Schock bewegt. Hier sind P_0 , ρ_0 und u_0' der Druck, die Massendichte und die Geschwindigkeit des Gases vor der Stoßfront und P_1, ρ_1 und u_1' der Druck, die Massendichte und die Geschwindigkeit hinter dem Abkühlungsbereich. Transformieren wir alle Variablen in ein Bezugssystem, in dem der Schock sich mit der Geschwindigkeit u_s nach außen bewegt, das Gas vor dem Schock mit einer Geschwindigkeit u_0 in diesen hineinströmt, und das Gas hinter dem Schock ruht, so gilt:

(11.4) $u_0' = u_0 + u_s$

(11.5) $u_1' = u_s$.

Aus den Gleichungen (11.1) bis (11.5) folgt:

(11.6) $\frac{P_1}{P_0} = 1 + \frac{\rho_0 u_0^2}{P_0}\left[\frac{1}{1 - \rho_0/\rho_1}\right]$

(11.7) $u_s = u_0 (\rho_0/\rho_1)\left[\frac{1}{1 - \rho_0/\rho_1}\right]$

(11.8) $\frac{\rho_0}{\rho_1} = \frac{f(P_0)}{f(P_1)}$.

Approximiert man die Wolkenphase der $\mathcal{L} = 0$ - Kurve durch ein Gas der Polytrope $n = \frac{1}{\alpha - 1}$ mit

(11.9) $\alpha = 1{,}208$,

dann gilt:

(11.10) $\rho = f(P) = \rho_0 \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\alpha}$.

Ist ferner der dynamische Druck $\rho_0 u_0^2$ des Gases vor dem Schock viel größer als der Gasdruck P_0, so gilt:

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{\rho_0 u_0^2}{P_0} + 1 + \left(\frac{P_0}{\rho_0 u_0^2}\right)^{\alpha-1} + \cdots \tag{11.11}$$

$$\frac{u_1}{u_0} = \left(\frac{P_0}{\rho_0 u_0^2}\right)^{\alpha} - \alpha\left(\frac{P_0}{\rho_0 u_0^2}\right)^{\alpha+1} + \left(\frac{P_0}{\rho_0 u_0^2}\right)^{2\alpha} + \cdots \tag{11.12}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho_1} = \left(\frac{P_0}{\rho_0 u_0^2}\right)^{\alpha} - \alpha\left(\frac{P_0}{\rho_0 u_0^2}\right)^{\alpha+1} - \frac{\alpha(\alpha+1)}{2}\left(\frac{P_0}{\rho_0 u_0^2}\right)^{\alpha+2} + \cdots \tag{11.13}$$

Mit den für Modell I vorgegebenen Anfangswerten aus Tabelle 2 erwarten wir Druck- und Dichtenerhöhungen hinter dem Schock von der Größenordnung:

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{\rho_0 u_0^2}{P_0} = \frac{10^{-10.369}}{10^{-13.115}} = 10^{2.746} = 557 \tag{11.14}$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\alpha} = 10^{3.317} = 2074 \quad . \tag{11.15}$$

Der Schock bewegt sich mit der Geschwindigkeit:

$$u_s = u_0\left(\frac{\rho_0}{\rho_1}\right) = 10^{2.683} \text{ cm sec}^{-1} \quad . \tag{11.16}$$

Nachdem der Schock schon durch die ganze Wolke hindurchgelaufen ist, müßte die Wolke auf

$$\ell = 10^{16.052} \text{ cm} \approx 0{,}004 \text{ pc} \tag{11.17}$$

komprimiert sein.

Die Voraussagen dieses einfachen analytischen Modells der Kompressionsphase stimmen sehr gut mit den numerischen Ergebnissen überein. Die geringfügigen Abweichungen von den Rechnungen von Stone und Mészáros können zum Teil dadurch erklärt werden, daß diese Autoren andere Energieverlustfunktionen $\mathcal{L}$ benutzt haben. Auch die eindimensionale Schwerkraft, die bei dem Modell I berücksichtigt wurde, hat in dieser Phase keine bedeutende Rolle gespielt.

Das Verhalten des IV-ten Modells während dieser Phase in bezug auf die Depletion der schweren Elemente und Wasserstoffmolekülbildung wird in § 13 ausführlich diskutiert.

Die Gasgeschwindigkeiten hinter der Stoßfront sind hier wie bei Mészáros etwas von Null verschieden. Die numerischen Rechnungen deuten auf kleine Druck- und

Dichtenwellen hinter dem Schock hin, die über mehrere Massenelemente und über mehrere Zeitschritte verteilt sind. Diese Wellen sind in den Abbildungen 17 bis 22 deutlich zu erkennen. Die Amplituden der gezeichneten Wellen $\delta P/P \sim 0{,}4$ sind jedoch wegen der Dämpfung durch die künstliche Viskosität nicht genau. Die Abbildungen 17 bis 22 zeigen für Modell IV den Verlauf der relativen Häufigkeiten einiger Komponenten des Gases ($\log(n_{H_2}/N_H)$, $\log(n_{H^+}/N_H)$, $\log(n_{He^+}/N_H)$), sowie den Verlauf des Drucks, der Temperatur und der Wasserstoffkerndichte als Funktion der Lagrange-Variable zu verschiedenen Zeiten der Kompressionsphase.

Auch nach der Kompression der Wolke strömt vorerst die äußere heiße Materie mit der Geschwindigkeit $u = -10$ km/sec gegen die Wolke (bei Modellen I, II und IV). Die heiße Materie erzeugt dadurch einen dynamischen Druck $\varrho u_o^2 = 10^{-12.924}$ erg cm^{-3}, so daß nach Gleichung (11.3) der Gesamtdruck $P_G = P_o + \varrho u_o^2 = 10^{-12.71}$ erg cm^{-3} an der äußeren Oberfläche auftritt. Dies bewirkt einerseits, daß die Wolke gegen einen etwas höheren Druck expandieren muß, als es bei Modell III (hier ist $u = 0$ außerhalb der Wolke) und bei den Modellrechnungen von Stone und Mészáros der Fall ist. Andererseits erhöht sich der Gasdruck der heißen Materie, und das Nachströmen dieser Materie wird verzögert. Durch diesen erhöhten Druck wird das heiße Gas aus dem thermischen Gleichgewicht zu einem Phasenübergang von der heißen Phase in die kalte gezwungen. Im Gegensatz zu den Phasenübergängen von BKTY werden hier die dynamischen Effekte nicht vernachlässigt.

Die Entwicklung eines heißen Massenelements wird in Abb. 11 in der log P - log N_H - Ebene gezeigt. Anfangs bei der Dichte $N_H = 10^{-1.3}$ cm^{-3} und dem Druck $P_o = 10^{-13.115}$ erg cm^{-3} erhöht sich der Gasdruck um den Faktor ~ 3. Da die dynamische Zeitskala viel größer ist als die thermische Zeitskala, nimmt die Temperatur vorerst schneller ab als das Grammvolumen $1/\varrho$. Der Gasdruck bleibt also während des Phasenüberganges nicht

konstant, das Massenelement bewegt sich in der log P - log N_H - Ebene entlang der Gleichgewichtskurve $\mathcal{L} = 0$. Der Übergang dauert ca. 10^6 Jahre.

Die Massenelemente in der heißen Phase gehen nicht zusammen sondern vereinzelt in die kalte Phase über. Dadurch werden kleine Wellen numerischen Ursprungs in der kalten Wolkenmaterie erzeugt, die in Abb. 23 deutlich zu erkennen sind. Diese numerischen Oszillationen werden aber schnell gedämpft und haben keinen Einfluß auf die weitere dynamische Entwicklung.

§ 12. Expansionsphase

Nachdemm die Stoßfront durch die Wolke hindurchgelaufen ist, fängt die Expansionsphase an. Abbildungen 12 und 13 zeigen die Entfernungen vom Stoßzentrum der fünf Lagrange-Massenelemente m_z/m_o = 0,2 0,4 0,6 0,8 und 1,0 als Funktion der Zeit. Für Modell I (Abb. 12) bedeutet t = 0 den Beginn des Zusammenstoßes und t = 740 000 a den Beginn der Expansionsphase. Modell II (Abb. 13) beginnt dagegen zur Zeit t = 0 zu expandieren.

Beide Modelle oszillieren, jedoch mit unterschiedlichen zeitlichen Perioden und räumlichen Amplituden. Modell II oszilliert um seine Gleichgewichtslage, die ursprüngliche Dicke $\ell_E = 2{,}34 \times 10^{19}$ cm, aber Modell I erreicht während der Expansion seine ursprüngliche Dicke nicht, denn die eindimensionale Schwerkraft wurde bei der Wahl der Anfangsbedingungen nicht berücksichtigt.

Auffallend bei beiden Diagrammen ist, daß die verschiedenen Lagrange-Punkte nicht mit der gleichen Periode oszillieren. Druck- und Dichtenwellen entstehen einerseits durch Phasenübergänge einzelner heißer Massenelemente in die kalte Phase und anderseits durch den zeitlich veränderlichen dynamischen Druck der äußeren Materie. Diese Wellen werden aber mit der Zeit gedämpft.

Für Modell III (Abb. 14) fängt die Expansion zur Zeit t = 0 an. Im Gegensatz zu den anderen Modellen ruht die äußere Materie am Anfang, so daß kein zusätzlicher

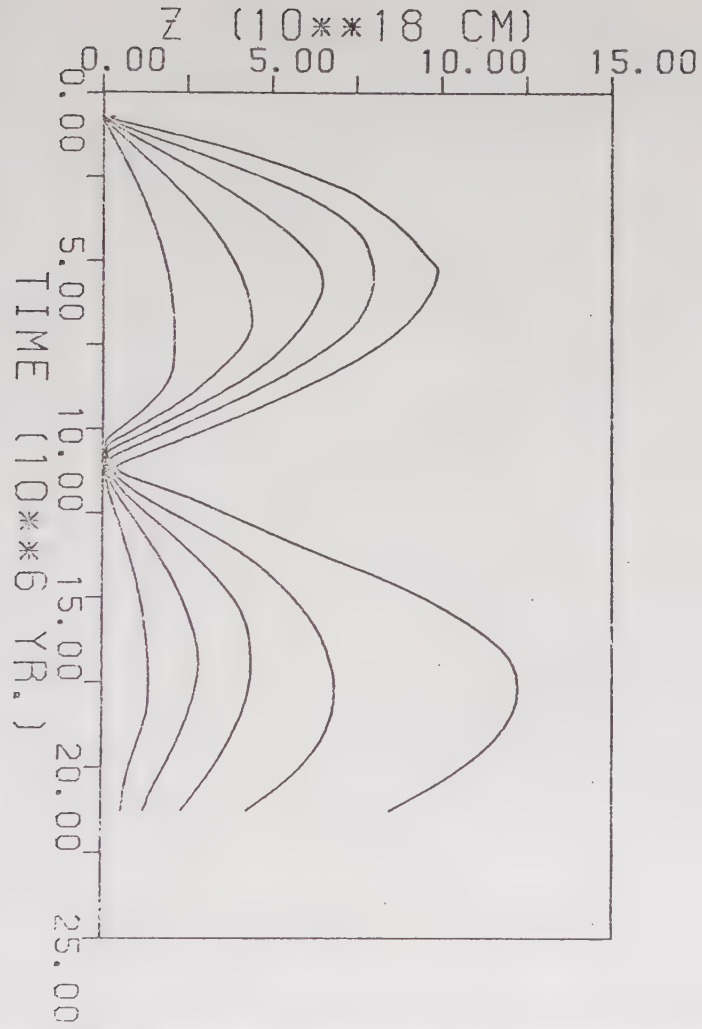


Abb. 12 Der räumliche Abstand der fünf Lagrange-Massenelemente m_z/m_o = 0,2 0,4 0,6 0,8 und 1,0 von der Schwerpunktsebene als Funktion der Zeit (Modell I)

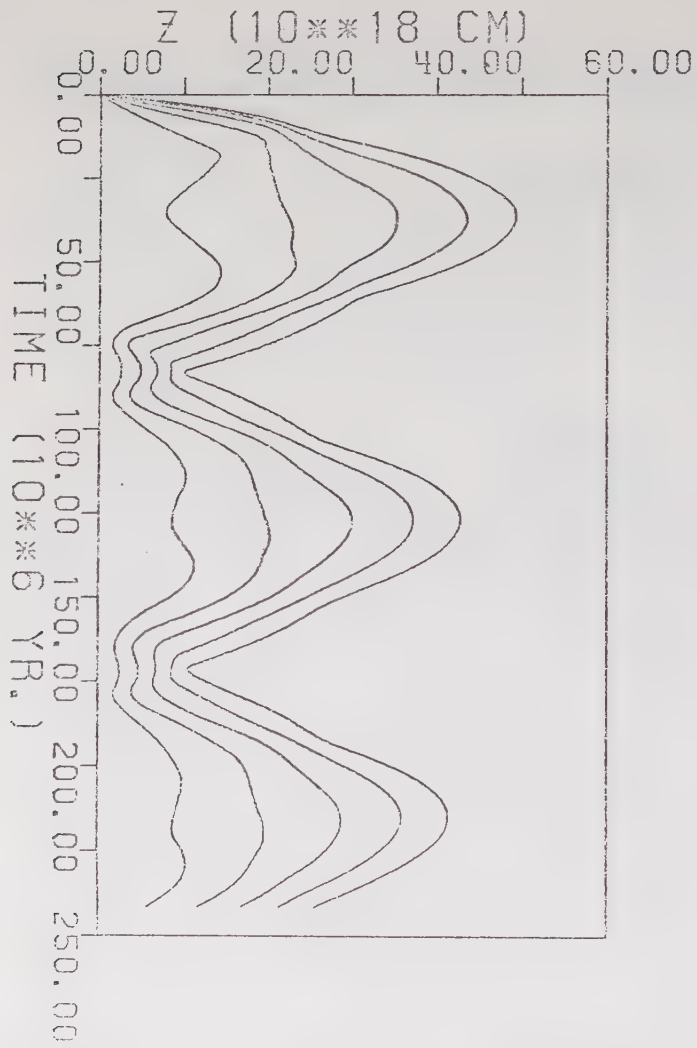


Abb. 13 Abstand der fünf Lagrange-Massenelemente einer Wolke m_z/m_o = 0,2 0,4 0,6 0,8 und 1,0 von der Schwerpunktsebene als Funktion der Zeit (Modell II)

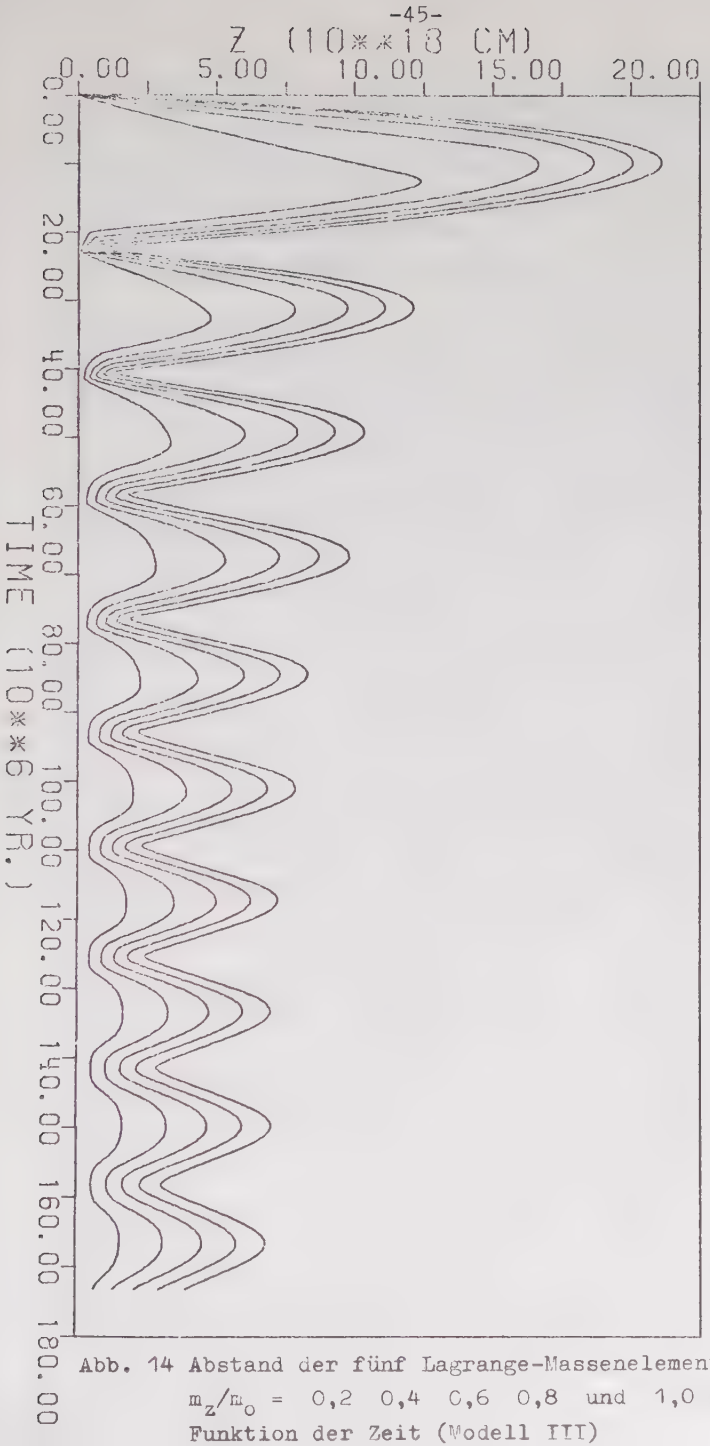


Abb. 14 Abstand der fünf Lagrange-Massenelemente m_z/m_o = 0,2 0,4 0,6 0,8 und 1,0 als Funktion der Zeit (Modell III)

dynamischer Druck vorhanden ist, gegen den die komprimierte Masse expandieren muß. Die Säulendichte von Modell III ist nur ein Fünftel von der des II-ten Modells; die maximale Ausdehnung des II-ten Modells ist dennoch nur um einen Faktor 2,5 größer. Im zweiten Zyklus unterscheiden sich die maximalen Ausdehnungen dieser beiden Modelle um einen Faktor 3,5.

Aus den Diagrammen geht hervor, daß die Wolken während des auf den Zusammenstoß erfolgenden Rückpralls sich nicht voneinander trennen, sondern Oszillationen um ihre gemeinsame Schwerpunktsebene ausführen. Im Laufe der Zeit expandieren oder kontrahieren alle Lagrange-Massenelemente bei räumlich fast konstantem Druck- und Dichtenverlauf. Ohne vorläufig in eine Diskussion darüber einzutreten, ob diese Wolkenschwingungen nur eine Folge der angenommenen eindimensionalen Geometrie oder der Vernachlässigung des Staubwachstums sind, wollen wir diese Oszillationen an Hand einfacher analytischer Überlegungen etwas näher betrachten.

Ein homogenes Gas in einem zylindrischen Rohr sei begrenzt an der Stelle z' = 0 durch eine feste Wand und an der Stelle z' = ℓ durch einen in z'-Richtung beweglichen Kolben der Masse $m_K = 0$. Ferner sei der auf den Kolben wirkende äußere Druck P_o zeitlich konstant.

Multiplizieren wir Gleichung (9.1') durch u und integrieren wir beide Seiten von $m_z = 0$ bis $m_z = m_o = \int_o^\ell \varrho\, dz'$, so ergibt sich:

$$(12.1)\quad \frac{D}{Dt}\int_o^{m_o} \frac{u^2}{2}\, dm_z = -\int_o^{m_o} \left(u\,\frac{\partial P}{\partial m_z}\right) dm_z - \int_o^{m_o} u\, 4\pi G\, m_z\, dm_z \,.$$

Nehmen wir an, das Gas bleibe immer homogen, dann ist die Gasgeschwindigkeit $u = \dot{z}' = \frac{Dz'}{Dt}$ an der Stelle z' gegeben durch:

$$(12.2)\quad \frac{\dot{z}'}{z'} = \frac{\dot{\ell}}{\ell}$$

$$(12.3)\quad u(m_z) = (m_z/m_o)\,\dot{\ell}$$

Dabei ist $\dot{\ell}$ die Kolbengeschwindigkeit.

Mit Hilfe der Gleichung (12.3) lassen sich die Inte-

grale der Gleichung (12.1) leicht ausführen. Es gilt:

$$(12.4)\qquad \int_0^{m_0}\left(\frac{u^2}{2}\right)dm_z = \frac{1}{2}(\dot{l})^2\frac{m_0}{3}$$

$$(12.5)\qquad \int_0^{m_0}\left(u\frac{\partial P}{\partial m_z}\right)dm_z = \dot{l}\,P_0 - \dot{l}\,\bar{P}$$

$$(12.6)\qquad 4\pi G\int_0^{m_0} u\,m_z\,dm_z = \frac{4\pi G\,\dot{l}}{3}m_0^2 \quad .$$

Dabei ist $\bar{P} = \frac{1}{m_0}\int_0^{m_0} P\,dm_z$ ein über der Wolke gemittelter Gasdruck. Durch Einsetzen der Gleichungen (12.4), (12.5) und (12.6) in Gleichung (12.1) erhalten wir:

$$(12.7)\qquad 0 = \frac{1}{2}\frac{D}{Dt}\left[\frac{m_0}{3P_0}\dot{l}^2\right] + \dot{l}\left[-\frac{\bar{P}}{P_0} + 1 + \frac{4\pi G m_0^2}{3P_0}\right] \quad .$$

Gilt ferner die Beziehung (11.10) und definieren wir die Gleichgewichtsdicke l_E durch:

$$(12.8)\qquad m_0 = \rho_0 l_E = \bar{\rho}\,l \quad ,$$

so folgt:

$$(12.9)\qquad \frac{\bar{P}}{P_0} = \left(\frac{l}{l_E}\right)^{-1/\alpha} \quad .$$

Aus Gleichung (12.7) ergibt sich:

$$(12.10)\qquad 0 = \frac{D}{Dt}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{m_0 l_E}{3P_0}\right)\left(\frac{\dot{l}}{l}\right)^2 - \begin{cases}\frac{\alpha}{\alpha-1}\left(\frac{l}{l_E}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} & \alpha\neq 1\\ \ln\left(\frac{l}{l_E}\right) & \alpha=1\end{cases} + \left(\frac{4\pi G m_0^2}{3P_0}+1\right)\frac{l}{l_E}\right] .$$

Wir führen die dimensionslosen Größen ein:

$$(12.11)\qquad \delta = \frac{l}{l_E} = \frac{\rho_0}{\bar{\rho}}$$

$$(12.12)\qquad \kappa = \frac{1}{2}\left(\frac{m_0 l_E}{3P_0}\right)\dot{\delta}^2$$

$$(12.13)\qquad \varphi = -\begin{cases}\frac{\alpha}{\alpha-1}\delta^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} & \alpha\neq 1\\ \ln\delta & \alpha=1\end{cases} + \left(\frac{4\pi G m_0^2}{3P_0}+1\right)\delta \quad .$$

Interpretieren wir κ als eine dimensionslose kinetische Energie und φ als eine dimensionslose potentielle Energie, dann ist nach Gleichung (12.10) die Summe $\varepsilon = \kappa + \varphi$ konstant.

Aus Gleichung (12.7) ergibt sich die Bewegungsgleichung:

$$(12.14)\qquad 0 = \left(\frac{m_0 l_E}{3P_0}\right)\ddot{\delta} - \delta^{-1/\alpha} + 1 + \frac{4\pi G m_0^2}{3P_0} \quad .$$

Definieren wir die charakteristische Frequenz ω durch:

(12.15) $$\omega^2 = \left(1 + \frac{4\pi G m_o^2}{3P_o}\right)^{\alpha+1} \left(\frac{3P_o}{\alpha m_o \ell_E}\right)$$

die Größe σ durch:

(12.16) $$\sigma = \left(1 + \frac{4\pi G m_o^2}{3P_o}\right)^{\alpha} \delta - 1$$

und betrachten wir kleine Oszillationen $|\sigma| << 1$, dann gilt:

(12.17) $$0 = \ddot{\sigma} + \omega^2 \sigma$$

Für die Werte $P_o = 10^{-13.115}$ erg cm^{-3}, $m_o = 10^{-3}$ g cm^{-2}, $\ell_E = 10^{19.369}$ cm und $\alpha = 1{,}208$ folgt eine Periode:

(12.18) $$\tau_I = \frac{2\pi}{\omega} = 12{,}8 \times 10^6 \text{ a} \quad .$$

Diese Gleichgewichtswerte für P_o, m_o und ℓ_E und die Voraussetzungen, daß der Außendruck $P = P_o$ konstant bleibt, und daß das Gas homogen bleibt, werden nach dem ersten Amplitudenmaximum des I-ten Modells (Abb. 12) in etwa erfüllt. Nicht erfüllt ist die Bedingung, daß die relative Schwingungsamplitude σ immer klein bleibt. Trotzdem ergibt sich aus den numerischen Rechnungen eine Periode $\tau_I \approx 12 \times 10^6$ a, die sehr gut mit dem theoretischen Wert (12.18) übereinstimmt.

Für Modell II gelten dieselben Gleichgewichtswerte, aber die eindimensionale Schwerkraft wird nicht berücksichtigt. Aus Gleichung (12.16) folgt für G = 0 eine Periode:

(12.19) $$\tau_{II} = 69{,}9 \times 10^6 \text{ a} \quad .$$

Dieser "theoretische" Wert stimmt auch gut mit den numerischen Rechnungen $\tau_{II} \approx 85 \times 10^6$ a überein.

Die Säulendichte m_o des III-ten Modells beträgt ein Fünftel der der anderen Modelle. Auch hier wird die eindimensionale Schwerkraft nicht berücksichtigt. Nach Gleichung (12.16) erwarten wir eine Schwingungsperiode:

(12.20) $$\tau_{III} = 14 \times 10^6 \text{ a} \quad .$$

In der Tat ergeben die numerischen Rechnungen des III-ten Modells eine Periode $\tau_{III} = 17 \times 10^6$ a.

Die Summe der kinetischen und potentiellen Energie $\varepsilon = \kappa + \varphi$ bleibt nach Gleichung (12.10) zeitlich konstant. Wendet man auf diese Gleichung die für Modell II vorgegebenen Anfangsbedingungen an, so folgt aus $\delta = 10^{-3.215}$ und $\dot{\delta} = 0$ zur Zeit $t = 0$ die Energie:

(12.21) $$\varepsilon = \varphi_{G=0}(10^{-3.215}) = -1{,}63 \quad .$$

Für $\delta = 1$ gilt dann $\kappa = 4{,}81 - 1{,}63 = 3{,}18$. Hier erreicht das Gas die maximale Expansionsgeschwindigkeit:

(12.22) $$(\dot{\ell})_{max} = 1{,}85 \text{ km/sec} \quad .$$

Dies gilt auch für Modell III, denn $(\dot{\ell})_{max}$ hängt nur von P_o und ρ_o ab, wenn die eindimensionale Schwerkraft vernachlässigt wird.

Nach den numerischen Rechnungen ist die maximale Expansionsgeschwindigkeit von Modell II nur $(\dot{\ell})_{max} \approx 1{,}2$ km/sec. Dies kann dadurch erklärt werden, daß in der frühen Expansionsphase der Gesamtdruck $P_o + \rho u_o^2 = 10^{-12.71}$ erg cm^{-3} auf die äußere Oberfläche wirkt, statt nur der Gasdruck $P_o = 10^{-13.115}$ erg cm^{-3}. Für dieses Modell entsprechen $\dot{\ell} = 1{,}2$ km/sec und $\delta = 1$ einer Gesamtenergie $\varepsilon = 1{,}34 - 4{,}81 = -3{,}47$. Nachdem die Wolke bei der Expansion seine maximale Ausdehnung erreicht hat, gilt wieder $\dot{\ell} = 0$ und $\varphi(\delta) = -3{,}47$. Diese Ausdehnung soll demnach (mit Hilfe der Definition von φ) den Wert $(\ell)_{max}$ erreichen:

(12.23) $$(\ell)_{max} = 3{,}86\, \ell_E = 30 \text{ pc} \quad .$$

Die numerischen Rechnungen ergeben aber eine maximale Ausdehnung $(\ell)_{max} = 16$ pc.

Berücksichtigt man die eindimensionale Schwerkraft, dann wird die maximale Expansionsgeschwindigkeit nicht bei $\delta^* = 1$ erreicht. Vielmehr ergibt sich aus den für Modell I vorgegebenen Anfangsbedingungen und aus der Bedingung $[d\varphi/d\delta]_{\delta^*} = 0$ der Wert $\delta^* = 10^{-.805}$, so daß $\kappa = -1{,}63 + 3{,}50 = 1{,}87$ wird. Nach Gleichung (12.10) erwarten wir für Modell I eine maximale Expansions-

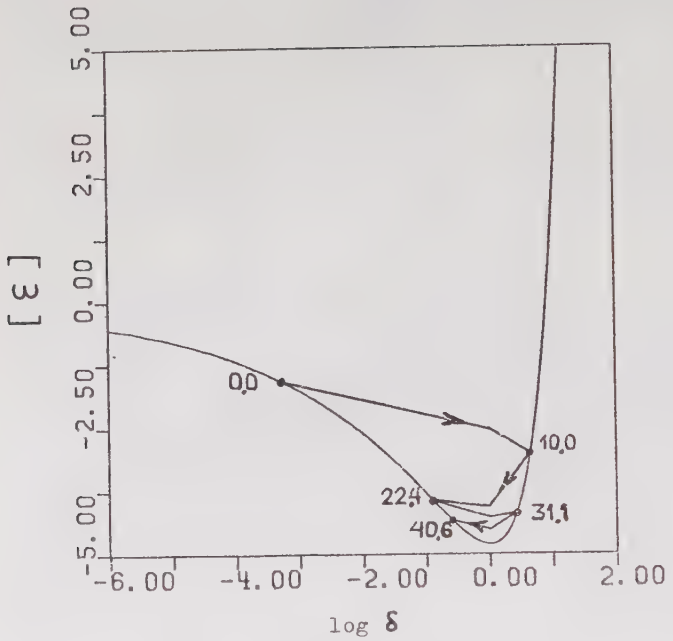


Abb. 15 Entwicklung von Modell III in der ε - log δ - Ebene. Die untere Kurve charakterisiert die potentielle Energie φ. Die Wende-Punkte der Entwicklung (hier gilt $\varepsilon = \varphi$) werden zu den angegebenen Zeiten ($\times 10^6$ a) erreicht.

geschwindigkeit:

(12.24) $$(\dot{\ell})_{max} = 1{,}42 \text{ km/sec}$$

und eine maximale Ausdehnung:

(12.25) $$(\ell)_{max} = (0{,}86)\ell_E = 6{,}5 \text{ pc}$$

Nach den numerischen Rechnungen ist die maximale Expansionsgeschwindigkeit $(\dot{\ell})_{max} = 1{,}38$ km/sec und die maximale Ausdehnung (im zweiten Zyklus) $(\ell)_{max} = 4$ pc.

Wir sehen bei dem Vergleich der numerischen Rechnungen mit den Voraussagen dieses einfachen analytischen Modells, daß das analytische Modell zu hohe Geschwindigkeiten und zu große Amplituden voraussagt. Die Summe der kinetischen und potentiellen Energien bleibt im Gegensatz zur Aussage (12.17) nicht zeitlich konstant, die Oszillationen werden allmählich gedämpft.

Abb. 15 zeigt die Entwicklung von Modell III in der ε - log δ - Ebene. Anfangs bei dem Punkt $(\log \delta, \varepsilon) = (-3.286, -1.58)$ auf der Kurve der potentiellen Energie $\varphi(\delta)$ nimmt die Energie $\varepsilon = \kappa + \varphi$ mit der Zeit ab. Für $\delta = 1$ stimmt die Expansionsgeschwindigkeit $(\dot{\ell})_{max} = 1{,}5$ km/sec sehr gut mit dem theoretischen Wert (12.22) überein.

i.) Expansion senkrecht zur Stoßrichtung:

Wie schon früher erwähnt wurde, expandiert das Gas nach einem Wolkenzusammenstoß nicht nur in einer Dimension. Wir wollen deshalb die gleichen analytischen Überlegungen über Wolkenoszillationen im sphärisch symmetrischen Idealfall wiederholen. Weder eindimensionale noch sphärisch symmetrische Oszillationen werden das Verhalten des Gases genau beschreiben. Der sphärisch symmetrische Idealfall hilft uns jedoch, eine grobe Abschätzung über den Effekt einer Expansion senkrecht zur Stoßrichtung zu machen.

Wir definieren die Lagrange-Koordinate M_r durch:

(12.26) $$M_r = \int_0^r \rho \, 4\pi r'^2 \, dr'$$

Mit dieser Definition lautet die Bewegungsgleichung

(die Schwerkraft wird nicht berücksichtigt):

$$\frac{Du}{Dt} = -4\pi r^2 \frac{\partial P}{\partial M_r} \quad . \tag{12.27}$$

Multiplizieren wir Gleichung (12.27) durch u und integrieren wir über dM_r von $M_r = 0$ bis zum äußeren Rand $M_r = M_0 = \int_0^R 4\pi r'^2 \rho dr'$, so ergibt sich:

$$0 = \frac{D}{Dt}\left(\int_0^{M_0} u^2/2 \, dM_r \right) + \int_0^{M_0} 4\pi r'^2 u \frac{\partial P}{\partial M_r} dM_r \quad . \tag{12.28}$$

Analog zum eindimensionalen Fall betrachten wir ein homogenes Gas, auf dessen Oberfläche (r' = R) der Außendruck P_0 = const. wirkt. Dann gilt:

$$M_r = \rho \frac{4\pi}{3} r^3 \tag{12.29}$$

$$u = \dot{R}\left(\frac{r}{R}\right) \quad . \tag{12.30}$$

Mit Hilfe der Gleichungen (12.29) und (12.30) können die Integrale der Gleichung (12.28) leicht durchgeführt werden:

$$\int_0^{M_0} \frac{u^2}{2} dM_r = \frac{3}{10} M_0 \left(\dot{R}\right)^2 \tag{12.31}$$

$$\int_0^{M_0} 4\pi r'^2 u \frac{\partial P}{\partial M_r} dM_r = 4\pi R^2 \dot{R} (P_0 - \bar{P}) \quad . \tag{12.32}$$

Aus der Beziehung (11.10) folgt: $\bar{P}/P_0 = (R_E/R)^{3/\alpha}$, und aus Gleichung (12.28) erhalten wir:

$$0 = \frac{D}{Dt}\left[\frac{1}{2} \left(\frac{9 M_0}{20\pi P_0 R_E}\right) \left(\frac{\dot{R}}{R_E}\right)^2 + \left(\frac{R}{R_E}\right)^3 - \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)\left(\frac{R}{R_E}\right)^{3\left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)} \right] \quad (\alpha \neq 1) . \tag{12.33}$$

Die Bewegungsgleichung der Oberfläche lautet daher:

$$0 = \left(\frac{3 M_0}{20\pi P_0 R_E}\right)\left(\frac{\ddot{R}}{R_E}\right) + \left(\frac{R}{R_E}\right)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{R}{R_E}\right)^{-3/\alpha} \right\} \quad . \tag{12.34}$$

Mit den Definitionen:

$$\sigma_s = R/R_E - 1 \tag{12.35}$$

$$\omega_s = \frac{20\pi P_0 R_E}{\alpha M_0} = \frac{15 P_0}{\alpha \rho_0 R_E^2} \tag{12.36}$$

und unter der Annahme, σ_s sei klein ($|\sigma_s| \ll 1$), lautet Gleichung (12.34):

$$0 = \ddot{\sigma}_s + \omega_s^2 \sigma_s \quad . \tag{12.37}$$

Für die Werte $P_o = 10^{-13.115}$ erg cm^{-3}, $\varrho_o = 10^{-22.369}$ g cm^{-3}, $R_E = 10^{19.369}$ cm, und $\alpha = 1{,}208$ folgt eine Periode sphärisch symmetrischer Oszillationen:

$$\tau_s = \frac{2\pi}{\omega_s} = 31 \times 10^6 \text{ a} \quad . \tag{12.38}$$

Ruht zur Zeit t = 0 die Materie einer kugelförmigen Wolke beim hohen Druck $P_1 = 10^{-10.447}$ erg cm^{-3} (hoch im Vergleich zum Außendruck $P_o = 10^{-13.115}$ erg cm^{-3}), so ergibt sich aus $(R/R_E)^3 = 10^{-3.215}$ und $\dot{R} = 0$:

$$\varepsilon_s = \kappa_s + \varphi_s = \varphi_s(10^{-1.072}) = -1.63 \quad . \tag{12.39}$$

Dabei sind die dimensionslose kinetische Energie κ_s und die dimensionslose potentielle Energie φ_s gegeben durch:

$$\kappa_s = \frac{1}{2}\left(\frac{9M_o}{20\pi P_o R_E}\right)\left(\frac{\dot{R}}{R_E}\right)^2 \tag{12.40}$$

$$\varphi_s = \begin{cases} \left(\frac{R}{R_E}\right)^3 - \left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)\left(\frac{R}{R_E}\right)^{3\left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)} & \alpha \neq 1 \\ \left(\frac{R}{R_E}\right)^3 - 3\ln\left(\frac{R}{R_E}\right) & \alpha = 1 \end{cases} \tag{12.41}$$

Die maximale Expansionsgeschwindigkeit der Oberfläche wird erreicht für $R/R_E = 1$:

$$(\dot{R})_{max} = \left[3{,}18\left(\frac{10\,P_o}{3\,\varrho_o}\right)\right]^{1/2} = 1{,}38 \text{ km/sec} \quad . \tag{12.42}$$

Aus dem Vergleich der Gleichungen (12.38) und (12.42) mit den Voraussagen (12.19) und (12.22) des eindimensionalen analytischen Modells sehen wir, daß unter der Voraussetzung eindimensionaler Gasbewegungen zu lange Perioden vorausgesagt werden. Die maximale Expansionsgeschwindigkeit der äußeren Gasschichten ist nach wie vor von der Größenordnung u ~ 1 km/sec.

ii.) Magnetfelder

Wir betrachten jetzt den Zusammenstoß zweier, im homogenen galaktischen Magnetfeld eingebetteter Wolken. Verlaufen die Feldlinien parallel zur Stoßrichtung, so ändert sich nichts an der eindimensionalen Darstellung, denn Gasbewegungen längs der Feldrichtung werden durch Magnetfelder nicht beeinflußt.

Verlaufen die Magnetfeldlinien senkrecht zur Stoßrichtung, so wird der magnetische Druck $B^2/8\pi$ durch die

Kompression des Gases längs der Stoßrichtung erhöht. Sind diese Feldlinien im Gas eingefroren, was unter normalen interstellaren Bedingungen der Fall ist, so ist der magnetische Fluß durch einen sich mit dem Gas bewegenden Stromkreis zeitlich konstant, und wir erhalten für die Feldstärke B:

$$B = \left(\frac{B_0}{\rho_0}\right)\rho \quad . \tag{12.43}$$

Dabei bezeichnet B_0 die Magnetfeldstärke im Gas vor dem Wolkenzusammenstoß.

Wenn die Alfvén-Geschwindigkeit $v_A = \left(\frac{B_0^2}{4\pi\rho_0}\right)^{1/2}$ größer als die Schallgeschwindigkeit ist, bilden sich starke Stoßfronten in den kollidierenden Wolken nur dann, wenn die Stoßgeschwindigkeit u_0 groß ist im Vergleich zur Alfvén-Geschwindigkeit. Berücksichtigen wir den zusätzlichen Druck $B^2/8\pi$ in der Bewegungsgleichung (9.1), so erhalten wir für die Erhöhung des Gesamtdrucks hinter dem $\mathcal{L} = 0$ - Schock:

$$\frac{P_1 + B_1^2/8\pi}{P_0 + B_0^2/8\pi} = 1 + \frac{\rho_0 u_0^2}{P_0 + B_0^2/8\pi}\left[\frac{1}{1 - \rho_0/\rho_1}\right] \quad . \tag{12.44}$$

Hier bezeichnen P_0, ρ_0 und B_0 den Gasdruck, die Massendichte und die Magnetfeldstärke vor der Stoßfront und P_1, ρ_1 und B_1 die entsprechenden Größen hinter dem Schock.

Definieren wir die Größe Δ durch

$$\Delta = \frac{B_0^2}{8\pi P_0} \quad , \tag{12.45}$$

so erhalten wir für die Erhöhung des Gasdrucks durch den Wolkenzusammenstoß:

$$\frac{P_1}{P_0} = 1 + \Delta\left(1 - (\rho_1/\rho_0)^2\right) + \frac{\rho_0 u_0^2}{P_0}\left[\frac{1}{1 - \rho_0/\rho_1}\right] . \tag{12.46}$$

Da (ρ_1/ρ_0) selbst eine implizite Funktion von (P_1/P_0) ist, muß die Gleichung (12.46) bei gegebenem $\frac{\rho_0 u_0^2}{P_0}$ iterativ gelöst werden.

In Tabelle 3 werden die Größen $\delta_{min} = \rho_0/\rho_1$ und (P_1/P_0) für verschiedene Werte von Δ aufgeführt. Dabei wird das Gas als Polytrope behandelt ($\rho \propto P^{1.208}$). Für die Rechnungen wird der Wert $\frac{\rho_0 u_0^2}{P_0} = 10^{2.746}$ benutzt.

Nachdem der Schock durch das Gas hindurchgelaufen ist, fängt die komprimierte Materie an, gegen den äußeren Druck P_a zu expandieren. Vernachlässigen wir den dynamischen Druck der äußeren Materie, so ergibt sich aus dem ursprünglichen Druckgleichgewicht zwischen der Wolkenmaterie und der äußeren Materie der Außendruck:

$$P_a = P_0(1 + \Delta) \quad . \tag{12.47}$$

Analog zum eindimensionalen Fall ohne Magnetfelder erhalten wir für die dimensionslose kinetische Energie κ und die dimensionslose potentielle Energie φ:

$$\kappa = \frac{1}{2}\left(\frac{m_0 \ell_E}{3P_a}\right)\dot{\delta}^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{m_0 \ell_E}{3P_0(1+\Delta)}\right)\dot{\delta}^2 \tag{12.48}$$

$$\varphi = \delta + \frac{1}{1+\Delta}\left(\Delta\delta^{-1} - \begin{cases} \frac{\alpha}{\alpha-1}\delta^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} & \alpha \neq 1 \\ \ln\delta & \alpha = 1 \end{cases}\right). \tag{12.49}$$

Mit diesen Definitionen ergibt sich aus der Bewegungsgleichung (9.1') unter Berücksichtigung des magnetischen Drucks: $\frac{D}{Dt}(\kappa + \varphi) = 0$. Schreiben wir für die durch Gleichung (12.11) definierte dimensionslose Größe δ den Ausdruck $\delta = 1 + \sigma$ und betrachten wir kleine Oszillationen ($|\sigma| \ll 1$), so gilt:

$$0 = \ddot{\sigma} + (1 - 2\alpha\Delta)\left(\frac{3P_0}{\alpha m_0 \ell_E}\right)\sigma \quad . \tag{12.50}$$

Die Wolke oszilliert also senkrecht zur Feldrichtung mit einer Periode:

$$\tau = \frac{2\pi}{(1+2\alpha\Delta)^{1/2}}\left(\frac{\alpha m_0 \ell_E}{3P_0}\right)^{1/2} \quad . \tag{12.51}$$

In Tabelle 3 werden für verschiedene Magnetfeldstärken die "theoretischen" Werte $\delta_{min} = \left(\frac{\rho_0}{\rho_1}\right)$, (P_1/P_0), τ, $(\dot{\ell})_{max}$ und δ_{max} aufgeführt. Die Größen δ_{min} und (P_1/P_0) erhält man aus der Gleichung (12.46), τ wird durch Gleichung (12.51) definiert und die Größen $(\dot{\ell})_{max}$ und $(\delta)_{max}$ ergeben sich aus den Bedingungen:

$$\kappa_{max} = \varphi(\delta_{min}) - \varphi(1) \tag{12.52}$$

$$\varphi(\delta_{max}) = \varphi(\delta_{min}) \quad . \tag{12.53}$$

Tabelle 3

"Theoretische" Wolkenzusammenstöße unter Berücksichtigung von Magnetfeldern:

Δ	$(\delta)_{min}$	(P_1/P_o)	$\tau(10^6 a)$	$(\dot{\ell})_{max}$(km/sec)	$(\delta)_{max}$
1,00000	$10^{-1.378}$	$10^{1.141}$	129	5,02	$10^{1.173}$
0,51851	$10^{-1.516}$	$10^{1.255}$	105	4,36	$10^{1.183}$
0,10000	$10^{-1.863}$	$10^{1.542}$	78	3,14	$10^{1.088}$
0,01000	$10^{-2.338}$	$10^{1.936}$	71	2,24	$10^{0.910}$
0,00100	$10^{-2.778}$	$10^{2.300}$	70	1,93	$10^{0.828}$
0,00010	$10^{-3.121}$	$10^{2.584}$	70	1,87	$10^{0.810}$
0,00001	$10^{-3.282}$	$10^{2.717}$	70	1,87	$10^{0.809}$
0,00000	$10^{-3.318}$	$10^{2.747}$	70	1,87	$10^{0.809}$
0,00000	$10^{-3.215}$	$10^{2.668}$	85	1,2	$10^{0.321}$

In der letzten Reihe von Tabelle 3 werden aus den numerischen Rechnungen für Modell I und II die entsprechenden Werte dieser Größen gegeben. Für die analytischen Rechnungen wurden die Gleichgewichtsbedingungen: $\rho_o = 10^{-22.369}$ g cm^{-3}, $P_o = 10^{-13.115}$ erg cm^{-3}, $u_o = -10$ km/sec, $\ell_t = 10^{19.369}$ cm, $m_o = 10^{-3}$ g cm^{-2} und $\alpha = 1{,}208$ benutzt.

§ 14. Entwicklung von Staub und Wasserstoffmolekülen

Im vorherigen Paragraphen konnten wir an Hand einfacher analytischer Überlegungen die Ergebnisse der numerischen Rechnungen von Modell I, II und III und der eindimensionalen numerischen Rechnungen anderer Autoren reproduzieren. Insbesondere haben wir einen Ausdruck für den Kompressionsfaktor $\delta_{min} = \frac{\ell_{min}}{\ell_t}$ der Wolkenmaterie während eines Zusammenstoßes, für die Zeitskala der anschließenden Expansion $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$, für die

maximale Expansionsgeschwindigkeit der äußeren Wolkenschichten $(\dot{\ell})_{max}$ und für den Verdünnungsfaktor $\delta_{max} = \frac{\ell_{max}}{\ell_\epsilon}$ der Materie bei der Expansion erhalten.

Für die hohen Dichten $N_H = 10^{4.5}$ cm^{-3} und die Temperaturen T = 10 °K, die bei der Kompression der Wolken erzeugt werden, erhalten wir aus (7.7) eine Depletion-Zeitskale $\tau_D = s \cdot (10^6$ a), die von der gleichen Größenordnung wie die Expansionszeitskala $\tau = 10^7$ a ist. Auch die Rekombinationszeitskala τ_ϵ des atomaren Wasserstoffs in molekularen Wasserstoff (nach (8.22) gilt $\tau_\epsilon = 10^{5.5}$ a) ist klein gegenüber τ. Molekülbildung und Staubwachstum könnten demnach bei Wolkenzusammenstößen sehr wohl eine Rolle spielen.

In den Abbildungen der Gleichgewichtskurven (Abb. 2 und Abb. 5) erkennt man leicht, daß für Wasserstoffkerndichten kleiner als ein kritischer Wert $(N_H)_{krit}$ (der als Funktion der Depletion D betrachtet werden muß) sich das interstellare Gas im thermischen Gleichgewicht auf dem abfallenden thermisch instabilen Zweig der $\mathcal{L} = 0$-Kurve befindet. Diese Dichte $(N_H)_{krit}$ entspricht einem minimalen Druck P_{krit}; für $P < P_{krit}$ existiert keine Gleichgewichtskonfiguration in der kalten Wolkenphase. Sollte bei der Expansion und der damit verbundenen Verdünnung einer Wolke der minimale Wert $(N_H)_{krit}$ (oder P_{krit}) unterschritten werden, so könnten einzelne Massenelemente schnell aufgeheizt werden und in die heiße Zwischenwolkenphase übergehen.

Da Stone bei seinen Rechnungen eine vereinfachte Form der Energieverlustfunktion $\mathcal{L}$ benutzt hat, konnte er zwar die Wolkenphase bei $\mathcal{L} = 0$ gut approximieren, aber die Möglichkeit eines Phasenüberganges konnte nicht berücksichtigt werden. Mézáros zeigte durch detaillierte numerische Rechnungen mit einer genaueren Energieverlustfunktion $\mathcal{L}$, daß ein solcher Phasenübergang während der Expansion nach dem Wolkenzusammenstoß nicht stattfindet, solange die Depletion der schweren Elemente vernachlässigt wird. Unter Berücksichtigung der Ansammlung der schweren Elemente auf den Staubkörnern zeigte Mézáros,

daß sich eine Wolke aufheizt und eventuell ein Teil des heißen Zwischenwolkenmediums wird. Die hohe Dichte, die bei einem Wolkenzusammenstoß erzeugt wird, beschleunigt diesen Zerfallsprozeß erheblich. Dabei vernachlässigte er alle Vorgänge, die eine Verkleinerung des Staubteilchens bewirken könnten.

Die zwei Fälle, die Mézáros behandelt (nämlich D = 0 und $D \xrightarrow{t \to \infty} \infty$), müssen als Extremfälle betrachtet werden. In § 7 wurde gezeigt, daß Verdampfungsprozesse mit einer Zeitskala $\tau \sim 10^9$ a schon ausreichen, um genügend schwere Elemente von der Stauboberfläche loszulösen und die Aufheizung der Wolkenmaterie zu verhindern. Im Gegensatz zu den Rechnungen von Mézáros existieren weiterhin zwei stabile thermische Phasen, die kalte Wolkenphase und die heiße Zwischenwolkenphase. Ein Phasenübergang kalter Materie in die heiße Phase findet nur dann statt, wenn der Wert P_{krit} bei der Expansions unterschritten wird.

Für D = 0 gilt $P_{krit} = 10^{-14.103}$ erg cm^{-3}. Dieser kritische Gasdruck wird in keiner der in § 12 analytisch oder numerisch behandelten Wolkenzusammenstöße unterschritten. Für den Fall $\Delta = \frac{B_0^2}{8\pi P_0} = 0{,}51851$, $P_o = 10^{-13.115}$ erg cm^{-3} (s. Tabelle 3) sollte zwar der Gasdruck bei der Verdünnung den Wert $P_2 = 10^{-14.093}$ erg cm^{-3} erreichen, aber wie wir bereits aus dem Vergleich der numerischen Rechnungen mit den Ergebnissen des einfachen analytischen Modells gelernt haben, sagt das analytische Modell zu große Expansionsgeschwindigkeiten und zu hohe Verdünnungen voraus.

Für D > 0 erhöht sich der kritische Wert P_{krit} (für $D \to \infty$ verschwindet sogar die kalte Wolkenphase). Ob bei der Expansion der kollidierenden Wolken ein Phasenübergang der Wolkenmaterie stattfindet, hängt davon ab, wie schnell sich die schweren Elemente auf dem Staub ansammeln, und wie langsam der entgegenwirkende Prozeß, die Verdampfung einzelner Atome oder Moleküle von der Stauboberfläche, vor sich geht. Die in § 7 definierten Parameter s (Klebefaktor) und β (Verdampfungsfaktor)

spielen daher eine wichtige Rolle.

Da die Werte für den Klebefaktor s und den Verdampfungsfaktor β sehr ungewiß sind, wollen wir das Verhalten des interstellaren Gases bei einem Wolkenzusammstoß als Funktion dieser beiden Parameter untersuchen. Um möglichst viele verschiedene Parameterpaare (s,β) bei dieser Untersuchung zu erfassen, müssen wir auf das volle hydrodynamische Gleichungssystem, wie es in § 9 beschrieben wurde, verzichten. Stattdessen fahren wir nach folgendem Rezept fort.

Der Gasdruck als Funktion der Zeit P(t) in einem Testvolumen kalter Materie wird als bekannt vorausgesetzt. Die Energiegleichung (Anhang I), die Zustandsgleichung und die zeitlichen Ableitungen der relativen Häufigkeiten (5.5), (5.6) und (5.7) können dann durch ein Runga-Kutta-Verfahren integriert werden. Die Bildung von Wasserstoffmolekülen wird nicht berücksichtigt.

Bei den numerischen Rechnungen wird für P(t) der Ausdruck:

$$(13.1)\quad \log P(t) = \begin{cases} -13.115 + (2{,}75\times10^{-4})\cdot t & 0 \le t < 10^4\,a \\ -10.365 & 10^4 \le t < .4\times10^6\,a \\ -13.115 + 2{,}75\cdot\cos\left(\frac{t-.4\times10^6}{20\times10^6}\pi\right) & .4\times10^6 \le t < 10.4\times10^6\,a \\ -13.115 + 0{,}395\cdot\cos\left(\frac{t-.4\times10^6}{20\times10^6}\pi\right) & 10.4\times10^6 \le t \end{cases}$$

verwendet. Nach der raschen Druckerhöhung von $P = 10^{-13.115}$ erg cm^{-3} bis $P = 10^{-10.365}$ erg cm^{-3} in der Zeitspanne $\Delta t = 10^4$ a bleibt der Gasdruck für eine kurze Zeit ($.39 \times 10^6$ a) konstant. Der Gasdruck fällt dann langsam ab, zur Zeit $t = 10{,}4 \times 10^6$ a gilt wieder $P = 10^{-13.115}$ erg cm^{-3} und für $t = 20{,}4 \times 10^6$ a gilt $P = 10^{-13.5}$ erg cm^{-3}. Der Druck oszilliert um den Wert $P = 10^{-13.115}$erg cm^{-3}. Diese Form der Funktion P(t) entspricht in etwa dem Druckverlauf in der Zentralebene während eines Zusammenstoßes zweier identischer Wolken. Die Wolken haben die Gleichgewichtsdicke $\ell_E = 3{,}8$ pc und stoßen mit der relativen Geschwindigkeit $\Delta u = 20$ km/sec zusammen.

Die Entwicklung des Testvolumens wird bis etwa

$t = 70 \times 10^6$ a verfolgt. Nach dieser Zeit befindet sich die Materie beim Gasdruck $P = 10^{-13.115}$ erg cm^{-3} entweder in der kalten oder in der heißen Gasphase.

Die numerischen Rechnungen wurden für mehr als einhundert verschiedene Kombinationen von Anfangsbedingungen und Werten der Parameter $[s/\beta]$ und $[s]$ wiederholt. Das Verhältnis $[s/\beta]$ bestimmt durch (7.12) wie groß die Depletion D bei Depletion-Gleichgewicht ist. Die Einstellzeitskala des Depletion-Gleichgewichts hängt bei konstantem $[s/\beta]$ vom Parameter $[s]$ ab.

Variiert man die beiden Parameter $[s]$ und $[s/\beta]$, wovon die Wachstumsrate des Staubradius stark abhängt, so ergibt sich das in Abb. 16 dargestellte Diagramm. Zwei Gebiete in der $[s/\beta]$ - $[s]$ - Ebene werden durch eine Kurve getrennt. Oberhalb und rechts von dieser Kurve befinden sich diejenigen Parameterpaare $([s/\beta], [s])$, bei denen ein Wolkenzusammenstoß unter den oben aufgeführten Bedingungen zu einem Phasenübergang führt.

Die numerischen Rechnungen zeigen, daß die Lage der Trennungskurve in Abb. 16 auch von der ursprünglichen Depletion abhängt. Entspricht dieser ursprüngliche Depletion-Faktor D_o etwa der Depletion im heißen Gas beim Depletion-Gleichgewicht (dies ist vielleicht für neuentstandene Wolken der Fall), so gilt nach (7.12):

$$(13.2) \qquad (1/2)^{D_o} = \frac{1}{1 + [s/\beta](5{,}86\ \mathrm{cm}^{-2}\mathrm{sec}^{-1})} \quad .$$

Entspricht dieser ursprüngliche Depletion-Faktor D_o etwa dem Gleichgewichtswert für Wolken, so gilt:

$$(13.3) \qquad (1/2)^{D_o} = \frac{1}{1 + [s/\beta](1{,}25\ \mathrm{cm\ sec}^{-1} o_K^{-\frac{1}{2}} N_H T^{1/2})_{\mathrm{Wolke}}} \quad .$$

Da $(N_H T^{1/2})_{\mathrm{Wolke}}$ eine implizite Funktion von D_o ist, muß (13.3) iterativ gelöst werden. In Abb. 8 wird die Gleichgewichts-Depletion D_o als Funktion von $[s/\beta]$ aufgetragen.

Wir erhalten aus diesen nicht-dynamischen Rechnungen Aussagen über die Zeitskala und das Ausmaß des Staubwachstums und über die Möglichkeit eines Phasenübergangs in einem kleinen Teil der Wolke. Die Rechnungen wurden

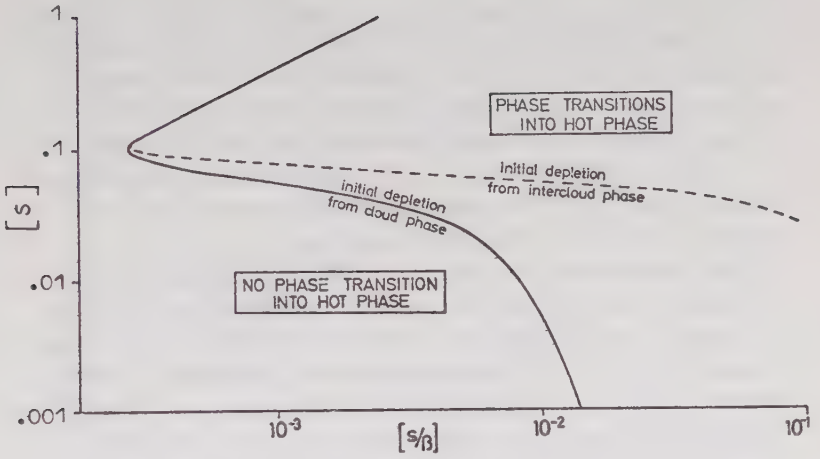


Abb. 16 Der Parameterraum ([s/ß],[s]) wird für vorgegebenen Druckverlauf P(t) (s. Text) und für vorgegebene Anfangsbedingungen in zwei Gebiete geteilt. Der obere Teil zeigt diejenigen Parameterpaare ([s/ß],[s]) auf, bei denen sich ein Testvolumen kalter Wolkenmaterie durch Staubwachstum zu einer erhöhten Depletion und eventuell zu einem Phasenübergang in die heiße Phase entwickelt. In der unteren Hälfte kommen keine solchen Phasenübergänge vor. Die Trennung der zwei Gebiete wird für die zwei Anfangsbedingungen aufgeführt:

$$(1/2)^{D_o} = \frac{1}{1 + c\,(s/ß)(N_H T^{1/2})_{\text{heiße Phase}}} \qquad \text{(gestrichelte Kurve)}$$

$$(1/2)^{D_o} = \frac{1}{1 + c\,(s/ß)(N_H T^{1/2})_{\text{Wolkenphase}}} \qquad \text{(durchgezogene Kurve)}$$

$$c = 1{,}25 \text{ cm sec}^{-1}\ {}^{o}K^{-1/2}$$

aber unter der Voraussetzung durchgeführt, daß der Druckverlauf der Materie bei einem Wolkenzusammenstoß durch Staubwachstum im wesentlichen unverändert bleibt. Da die durch einen Phasenübergang bedingte Expansion eines Gasklumpens sehr wohl auf den Druckverlauf in der benachbarten Materie einen Einfluß ausübt, müssen wir das hydrodynamische Gleichungssystem unter Berücksichtigung von Staub numerisch lösen. Erst dann können wir genauere Aussagen über die spätere dynamische Entwicklung der Wolken nach einem Zusammenstoß machen.

Die Anfangsbedingungen von Modell IV wurden in § 10 diskutiert und in Tabelle 3 kurz zusammengefaßt. Statt s = const. vorauszusetzen, wie bei den nicht-dynamischen Rechnungen, soll die Temperaturabhängigkeit des Klebefaktors von Kohlenstoff durch die Funktion $s = (1^{\circ}K/T)^{1/2}$ approximativ dargestellt werden. Für $\beta = 10\ cm^{-2}sec^{-1}$ ist die Gleichgewichtstemperatur in der kalten Phase $T_{min} = 50\ ^{\circ}K$ beim thermischen und Depletion-Gleichgewicht unabhängig von der Wasserstoffkerndichte N_H.

Als Anfangsbedingung wird jedoch Depletion-Gleichgewicht nicht vorausgesetzt. Da die Einstellzeitskala für Depletion-Gleichgewicht bei typischen Wolken sehr lang ist (ca. 10^8 Jahre) und Teilchen-Sputtering in der durch den Zusammenstoß bedingten Stoßfront den Staubradius reduziert (Aannestad 1973), wird stattdessen für den Depletion-Faktor der Wert $D_o = 0{,}066$ als Anfangsbedingung genommen.

Bei der Berechnung der relativen Häufigkeit von Wasserstoffmolekülen werden die Erzeugungs- und Zerstörungsraten aus den in § 8 aufgestellten Gleichungen gewonnen.

Die relative Häufigkeit einfach-ionisierten Wasserstoffs (Kurve h), einfach-ionisierten Heliums (Kurve he) und molekularen Wasserstoffs (Kurve m), sowie der Druck (Kurve p), die Wasserstoffkerndichte (Kurve n) und die Temperatur (Kurve t) sind als Funktion der Lagrange-Variable m_z/m_o in den neun Diagrammen, Abb. 17 bis Abb. 25, dargestellt. Die ersten sechs Abbildungen zeigen Modell IV zu verschiedenen Zeiten während der Kompressionsphase.

Erläuterungen zu den Abbildungen 17 bis 25:

Zu verschiedenen Zeiten der Entwicklung von Modell IV wird der Verlauf der sechs Variablen:

oberes Diagramm (Relative Häufigkeiten)

h.) $\log (n_{H^+}/N_H)$

he.) $\log (n_{He^+}/N_H)$

m.) $\log (n_{H_2}/N_H)$

unteres Diagramm

p.) $\log P$ (P in erg cm^{-3})

n.) $\log N_H$ (N_H in cm^{-3})

t.) $\log T$ (T in ^oK)

als Funktion der Lagrange-Variable m_z/m_o aufgetragen.

Abb. 17 kennzeichnet den Anfang und Abb. 22 das Ende der Kompressionsphase.

In der frühen Expansionsphase (Abb. 23) wird das Gas noch stark vom dynamischen Druck der heißen Materie beeinflußt ($P = 10^{-12.7}$ erg cm^{-3} an der äußeren Wolkenoberfläche). Die steilen Druckgradienten an der Stelle $m_z/m_o = 1{,}011$ werden durch den schnellen Phasenübergang (und schnelle Abkühlung) dieses Massenelementes hervorgerufen.

In der späteren Expansionsphase (Abb. 24 und Abb. 25) bewegen sich die zwei Wolken mit der Geschwindigkeit $u = 2$ km/sec (im Schwerpunktsystem) auseinander. Die Wolken sind durch mehrere Lagrange-Schichten heißer Materie voneinander getrennt.

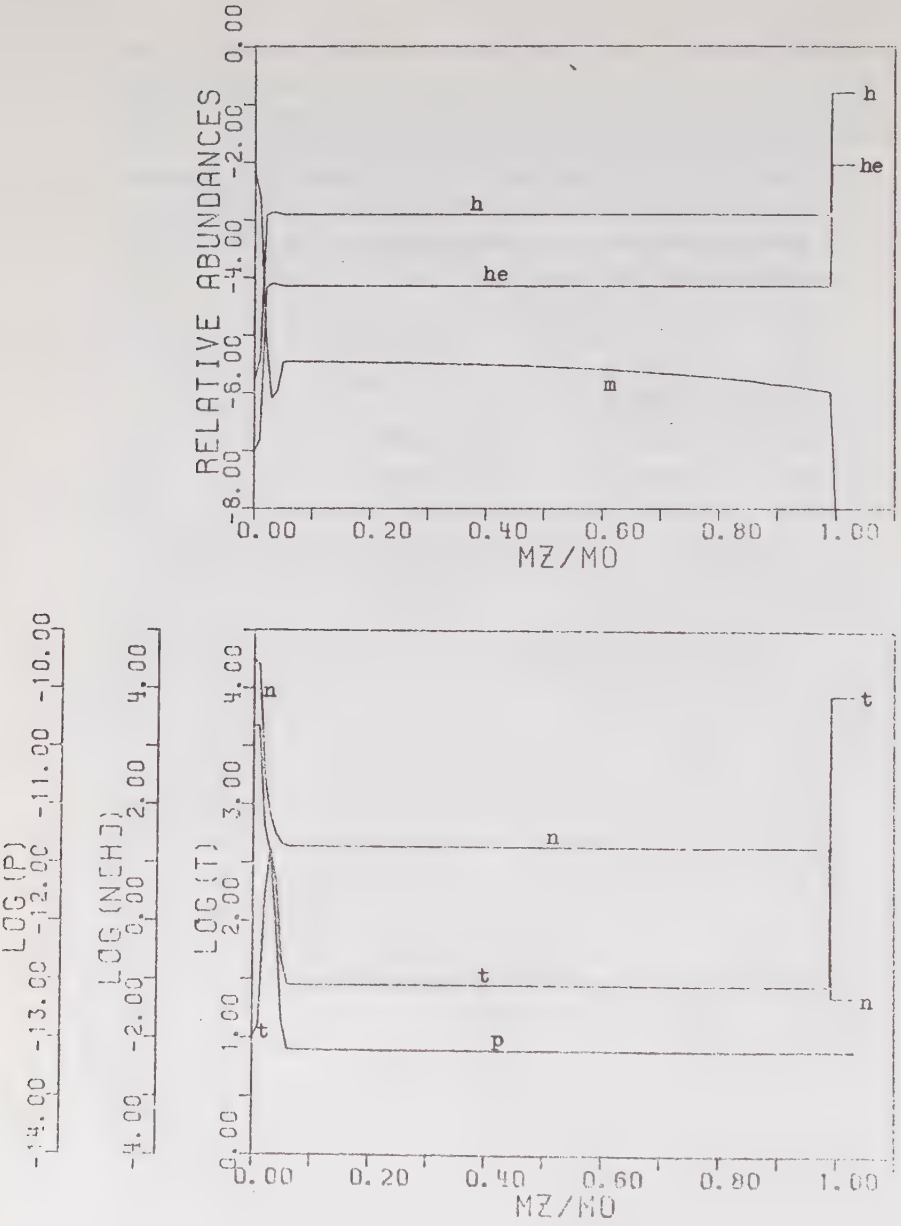
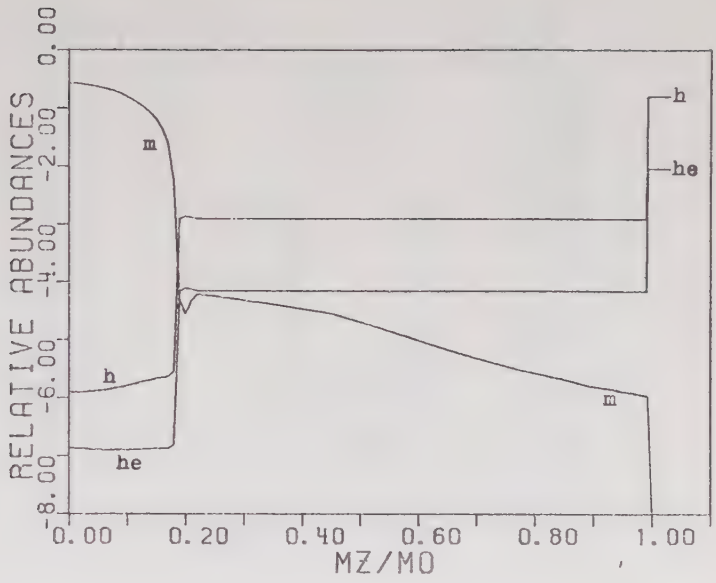


Abb. 17 Modell IV zur Zeit t = 30 210 a



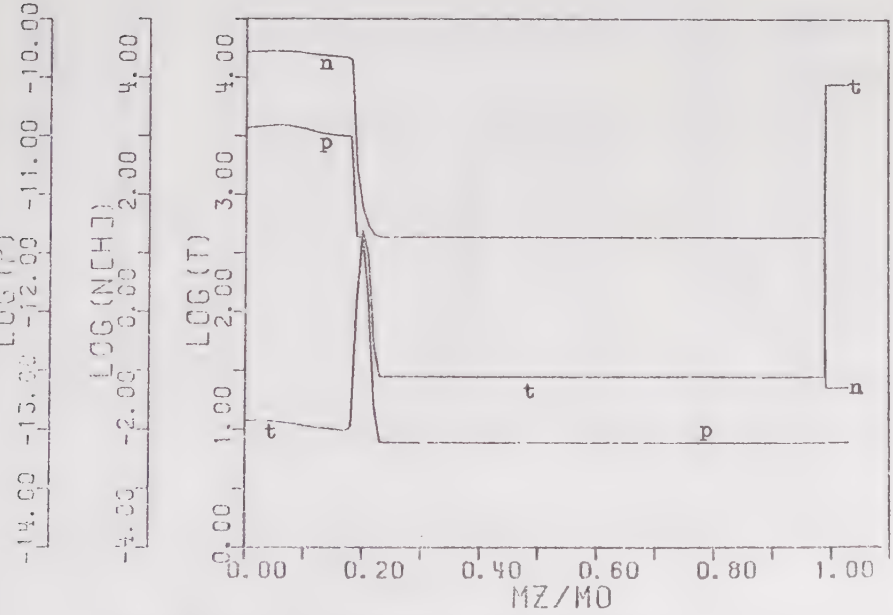


Abb. 18 Modell IV zur Zeit t = 154 061 a

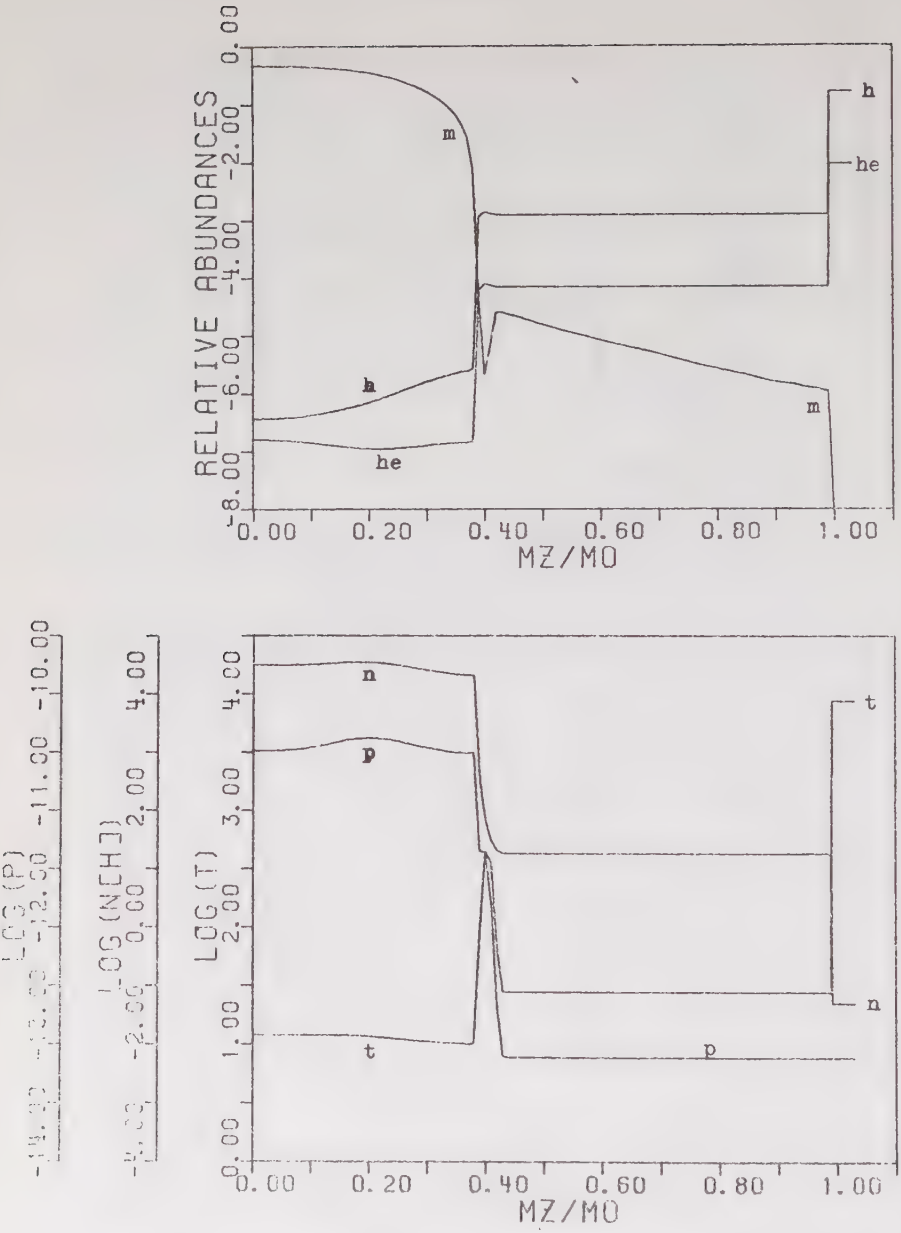


Abb. 19 Modell IV zur Zeit t= 301 481 a

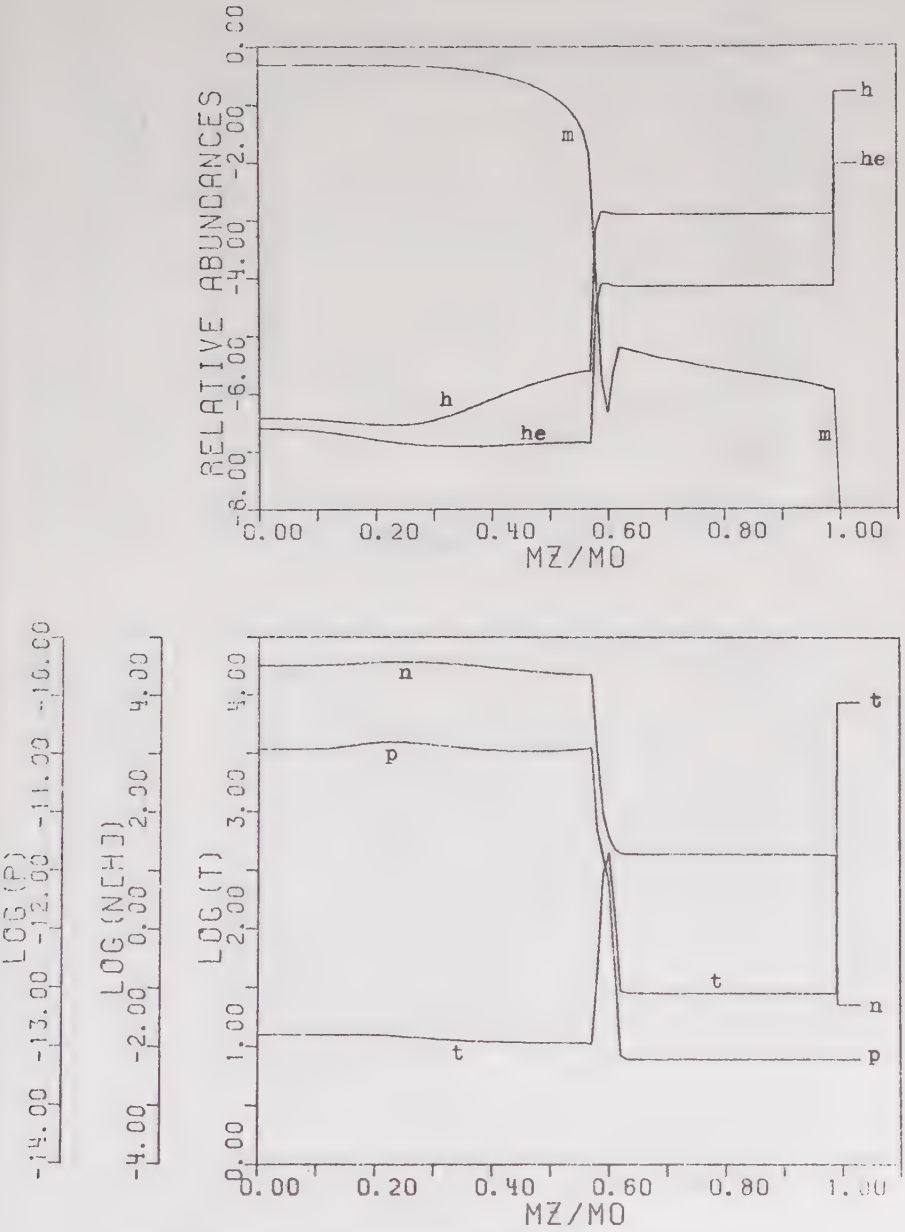
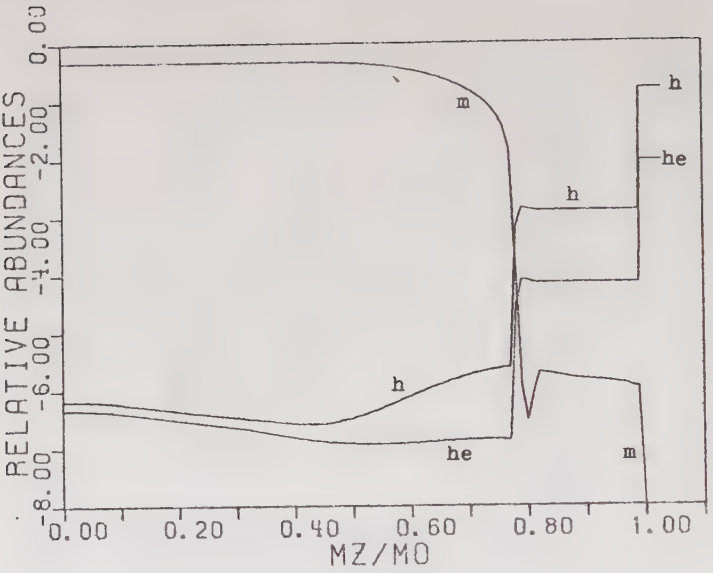


Abb. 20 Modell IV zur Zeit t = 443 126 a



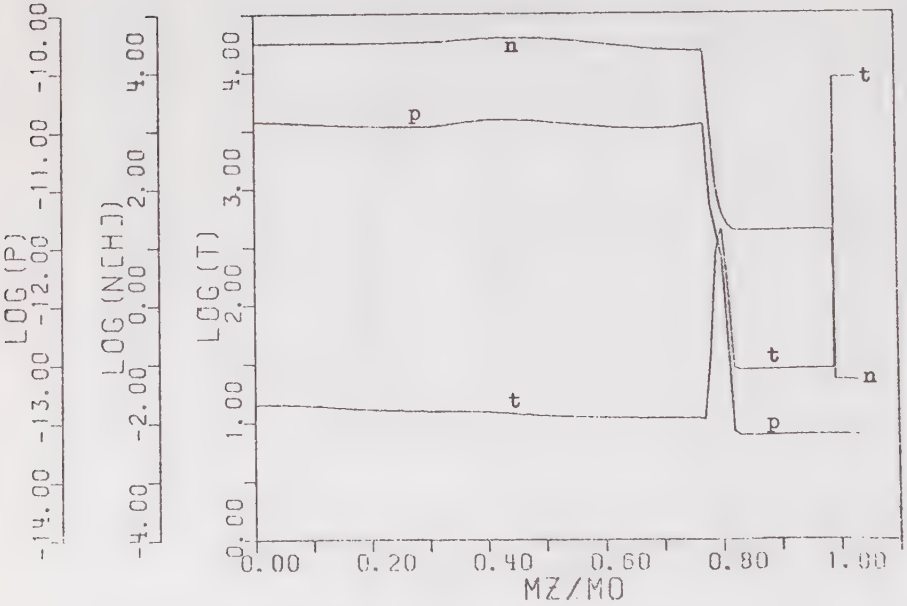


Abb. 21 Modell IV zur Zeit t = 589 713 a

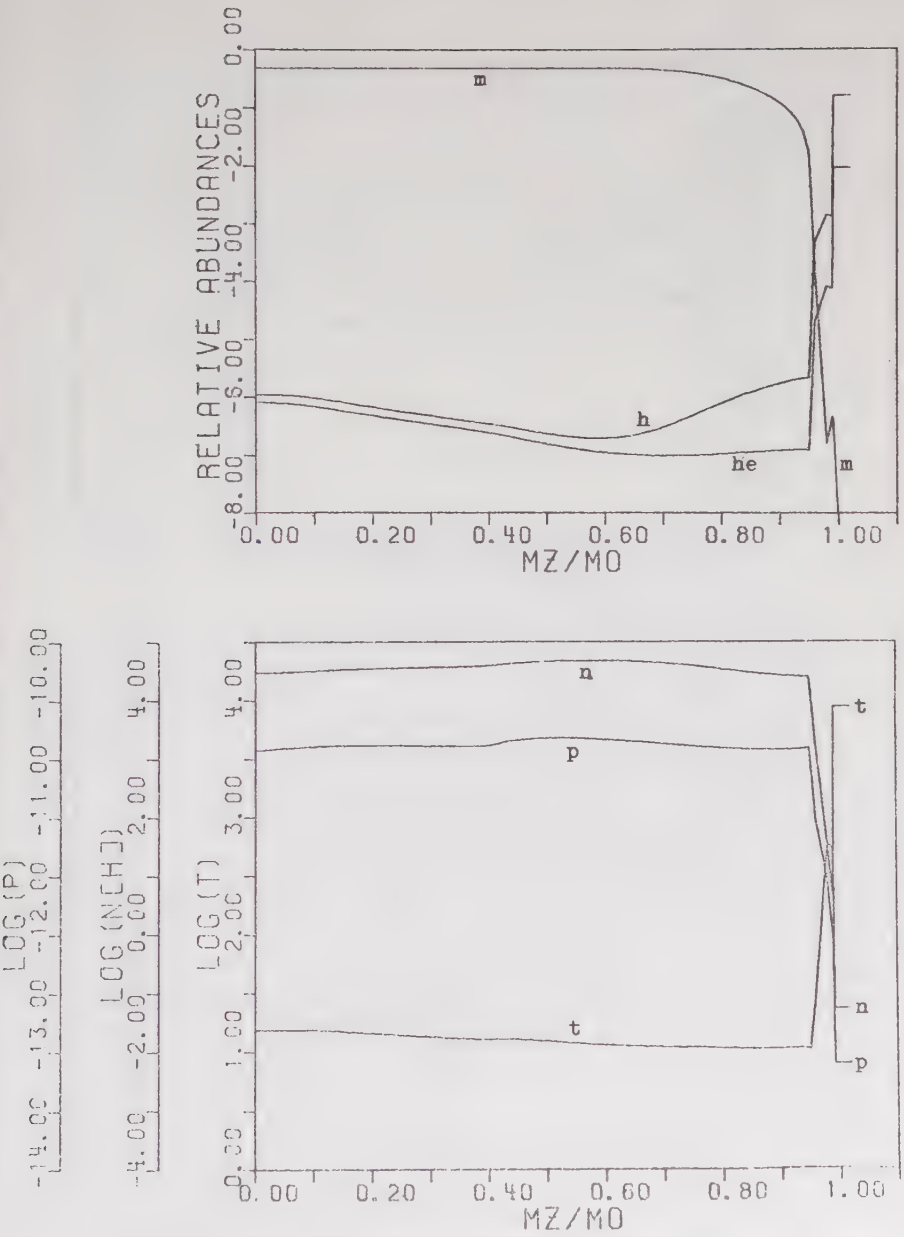


Abb. 22 Modell IV zur Zeit t= 720 616 a

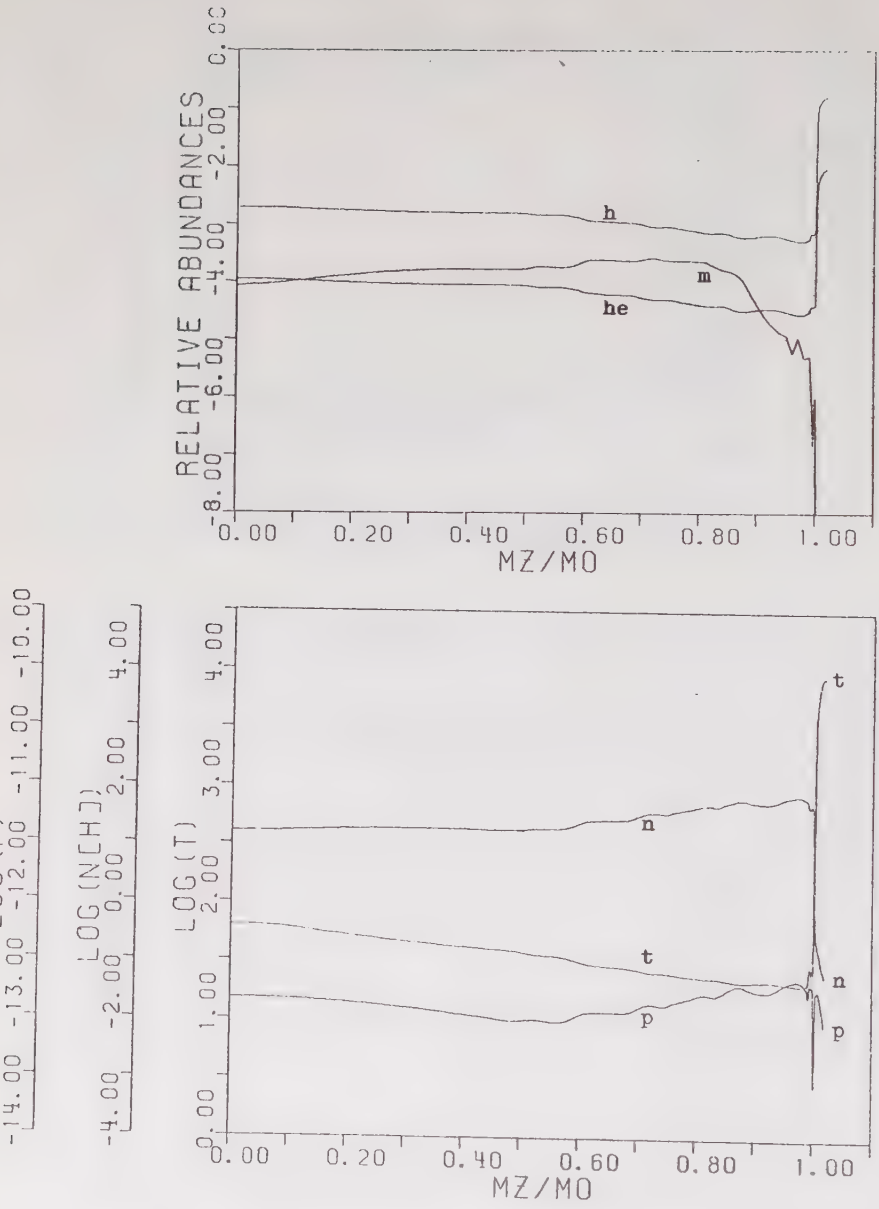


Abb. 23 Modell IV zur Zeit t = 5 588 089 a

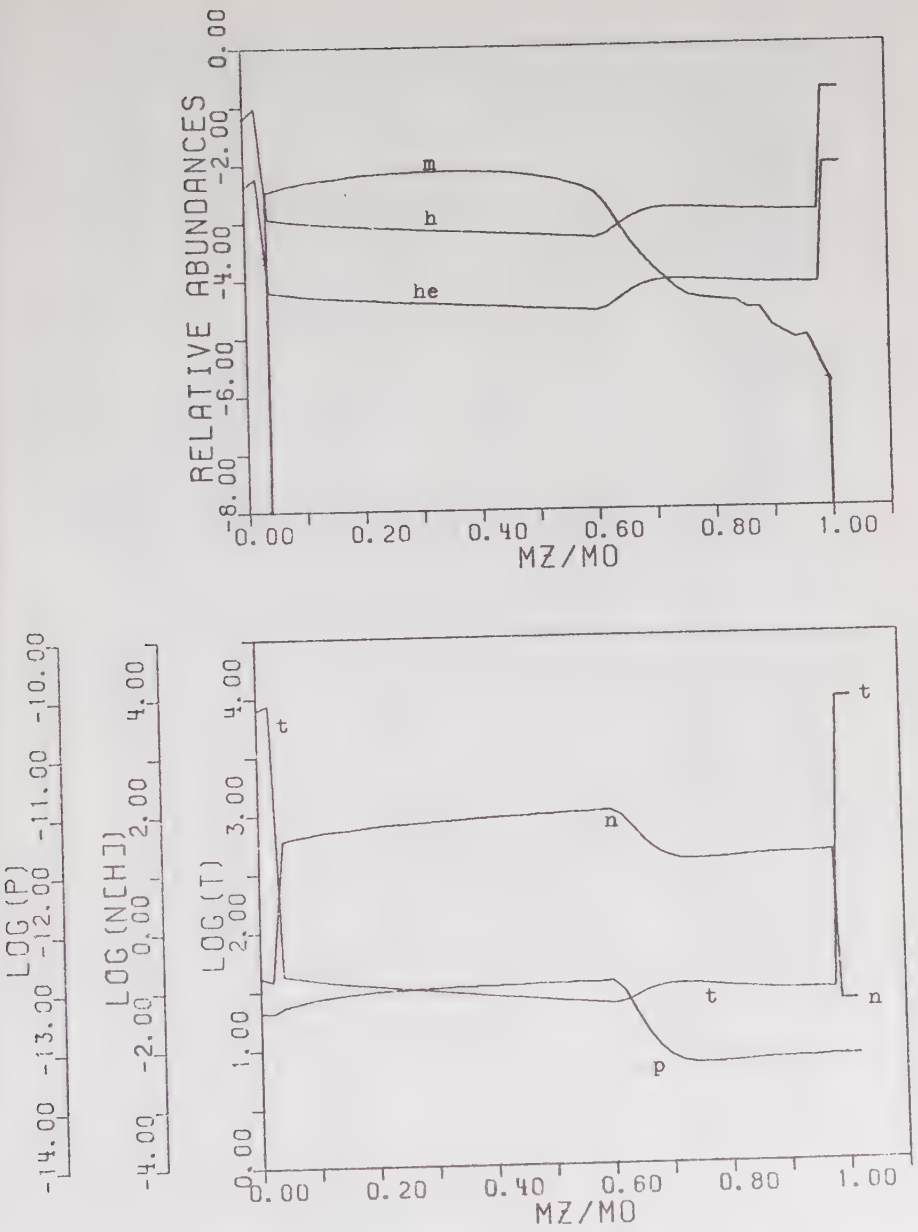
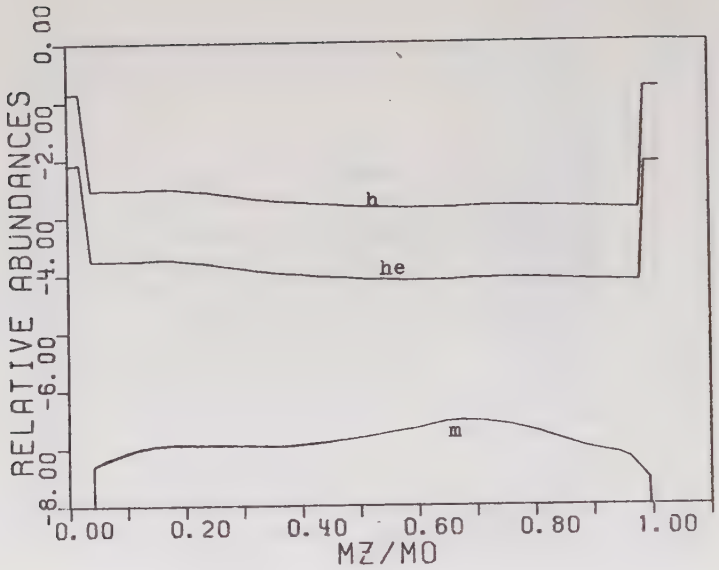


Abb. 24 Modell IV zur Zeit t = 42 369 873 a



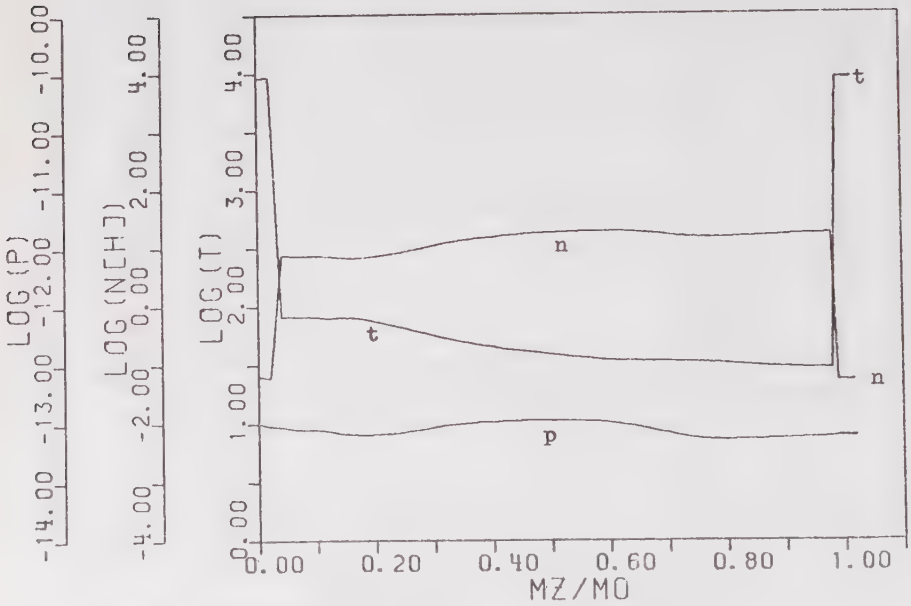


Abb. 25 Modell IV zur Zeit t = 69 812 196 a

Schon nach t = 154 061 a (Abb. 18) stellt sich vor der Stoßfront Gleichgewicht zwischen Wasserstoffmolekül-Bildung und -Zerstörung ein. Die relative Häufigkeit molekularen Wasserstoffs steigt vorerst mit wachsender optischer Tiefe von der Wolkenoberfläche nach innen an. Beim Temperaturmaximum in der Stoßfront weist der Verlauf von log (n_{H_2}/N_H) ein relatives Minimum auf. Im hochkomprimierten Gebiet hinter der Stoßfront steigt die Wasserstoffmolekül-Häufigkeit wieder an.

Der Verlauf der Kurve "m" hinter der Stoßfront ändert sich im Laufe der Zeit nur dadurch, daß die Säulendichte der komprimierten Materie langsam anwächst, während sich der $\mathcal{L} = 0$ - Schock durch die Wolke nach außen bewegt. Da die optische Tiefe des Stoßzentrums im UV-Spektralbereich ($\lambda \approx 1000$ Å) mit dem Integral $\int_0^{\ell} n_{H_2}\, dz'$ monoton steigt, erhöht sich die relative Wasserstoffmolekül-Häufigkeit. Nach t = 720 616 a (Abb. 22) hat nahezu die ganze Wolke den hohen Druck $P = 10^{-10.4}$ erg cm^{-3} und die hohe Wasserstoffkerndichte $N_H = 10^{4.6}$ cm^{-3} erreicht. Für $m_z/m_o < 0{,}8$ gilt $n_{H_2}/N_H \approx 1/2$, fast der gesamte Wasserstoff liegt in molekularer Form vor.

Die Kühlraten von Rotationsübergängen des Wasserstoffmoleküls H_2 und des Wasserstoff-Deuterium-Hybridmolekül HD (s. § 16) waren bei Modell IV meistens um Zehnerpotenzen kleiner als beispielsweise die Kühlraten des Kohlenstoffions CII bei der Wellenlänge $\lambda = 156\mu$ oder des Sauerstoffatoms OI bei den Wellenlängen $\lambda = 63\mu$ und $\lambda = 147\mu$. Bei hohen Dichten war zwar die relative Häufigkeit molekularen Wasserstoffs auch sehr hoch, aber die Wolken im thermischen Gleichgewicht waren zu kalt, als daß die höheren Rotationsniveaus des Wasserstoffmoleküls oft genug angeregt wurden, um viel zur Kühlung beizutragen.

Während der Expansion erhöht sich die Temperatur, aber die Wolke wird im $\lambda = 1000$ Å - Spektralbereich wieder optisch dünn. Für eine kurze Zeit $t = 3 \times 10^6$ a übersteigt die Kühlrate des HD-Moleküls den Wert $\Gamma_{HD} \sim 10^{-4}$ erg g^{-1}sec^{-1}.

Eine stärkere Veränderung des thermischen Gleichgewichts

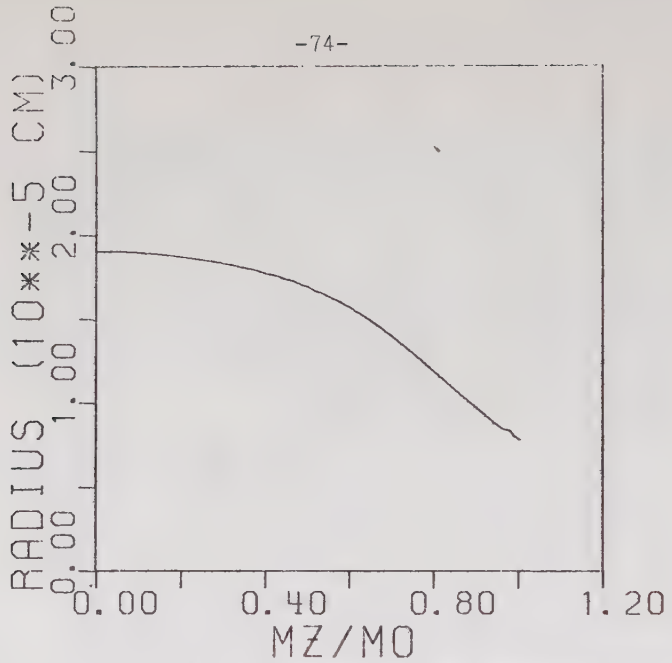


Abb. 26 Staubradius als Funktion der Lagrange-Variable m_z/m_o (Modell IV t = 720616 a)

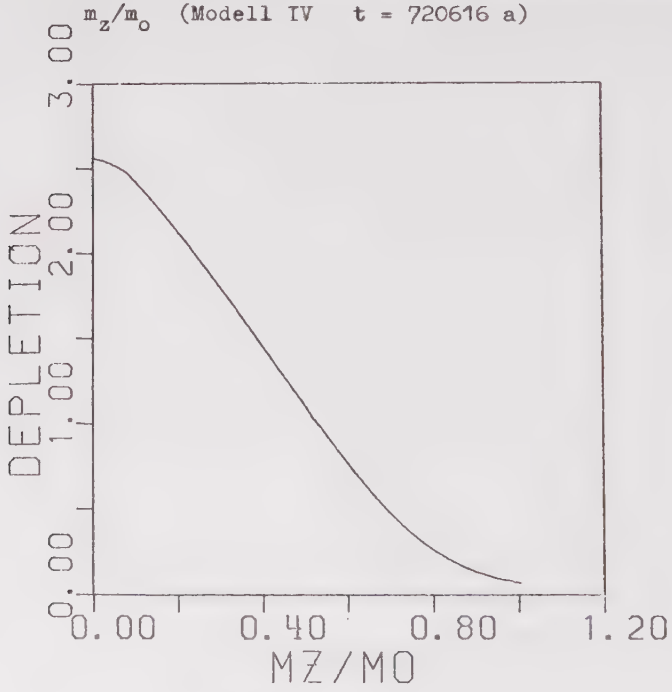


Abb. 27 Depletion-Faktor als Funktion von m_z/m_o (Modell IV t = 720616 a)

verursacht die Depletion der schweren Elemente. In Abb. 22 ist eine leichte Abnahme der Temperatur von innen nach außen zu erkennen; bei $m_z = 0$ gilt $T = 10^{1.2}$ °K, bei $m_z/m_o = 0{,}8$ gilt dagegen $T = 10$ °K. Zur späteren Zeit $t = 5\,588\,089$ a (Abb. 23) ist diese Temperaturabnahme deutlicher; die Temperatur im Zentrum ist $T = 10^{1.8}$ °K, während an der Oberfläche $T = 10^{1.3}$ °K gilt.

Die Temperaturabnahme von innen nach außen ist darauf zurückzuführen, daß die inneren Wolkenschichten für eine längere Zeit bei der hohen Wasserstoffkerndichte $N_H = 10^{4.6}$ cm^{-3} sind und deshalb einen höheren Depletion-Faktor besitzen. In Abb. 26 und Abb. 27 sind der Staubradius und der Depletion-Faktor als Funktion von m_z/m_o zur Zeit $t = 720\,616$ a abgebildet.

Die Wasserstoffkerndichte erreicht nach $t \approx 25 \times 10^6$ a den für die im Zentrum herrschende Depletion kritischen Wert $(N_H)_{krit}$, wodurch vier Prozent der Wolkenmaterie thermsich instabil werden. Durch eine schnelle Erhitzung des Gases im Zentrum, erhöht sich der Druck; eine Druckwelle wird erzeugt, die sich durch die Wolke nach außen bewegt. Diese verhindert eine weitere Abnahme der Dichte in benachbarten Schichten, so daß ein Phasenübergang in nur vier Prozent der Wolkenmaterie (bis $m_z/m_o = 0{,}04$) stattfindet.

In Abb. 24 ($t = 42\,369\,873$ a) befindet sich die Front der Druckwelle zwischen $m_z/m_o = 0{,}6$ und $m_z/m_o = 0{,}7$. Zu dieser Zeit sind die zwei Wolken durch mehrere Lagrange-Schichten heißer Materie getrennt. Die betrachtete Wolke besteht jetzt nur aus der Materie zwischen den Lagrange-Massenelementen $m_z/m_o = 0{,}04$ und $m_z/m_o = 1{,}0$. Die Schwerpunktsebene dieser Wolke ist definiert durch $m_z/m_o = 0{,}52$. Nachdem die Druckwelle die Oberfläche $m_z/m_o = 1{,}0$ erreicht hat, sind die Bedingungen für die in § 12 behandelten Wolkenoszillationen vorhanden.

Bezeichnen wir durch ℓ_ε die Gleichgewichtsdicke der kalten Materie zwischen $m_z = 0$ und $m_z = m_o$ beim Druck P_o (die Bedingungen zur Zeit $t = 0$), so ist $\ell_\varepsilon' = 0{,}48\,\ell_\varepsilon$ die Gleichgewichtsdicke der Wolkenmaterie zwischen $m_z/m_o = 0{,}52$

und $m_z/m_o = 1{,}0$. Berücksichtigen wir die eindimensionale Schwerkraft nicht, so folgt aus (12.10) eine Periode für Schwingungen um die Ebene $m_z/m_o = 0{,}52$:

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} = 35 \times 10^6 \text{ a} \quad . \tag{13.4}$$

Abb. 28 zeigt für eine Wolke die Abstände $z(m_z/m_o)$ der fünf Lagrange-Massenelemente $m_z/m_o = 0{,}2 \quad 0{,}4 \quad 0{,}6$ $0{,}8$ und $1{,}0$ von der Ebene $m_z = 0$ als Funktion der Zeit. Man sieht deutlich, daß nach $t = 45 \times 10^6$ Jahren die Druckwelle, die der Phasenübergang von vier Prozent der Wolkenmaterie erzeugt, die letzte Lagrange-Schicht $m_z = m_o$ erreicht. Zu dieser Zeit sind die zwei komprimierten Wolken etwa 13×10^{19} cm (40 pc) von ihrer gemeinsamen Schwerpunktsebene entfernt und sie bewegen sich mit einer relativen Geschwindigkeit $\Delta u = 4$ km/sec auseinander. Zu der späteren Zeit $t = 80 \times 10^6$ a (35×10^6 Jahre später) ist die relative Ausdehnung der Wolke von der Ebene $m_z/m_o = 0{,}52$ wieder ein Minimum.

Abb. 29 zeigt die relativen Abstände $\Delta z = z(m_z/m_o) - z(0{,}5)$ derselben Lagrange-Massenelemente als Funktion der Zeit. Hier sind die Schwingungen der Wolke um $m_z/m_o \approx 0{,}5$ leicht zu erkennen.

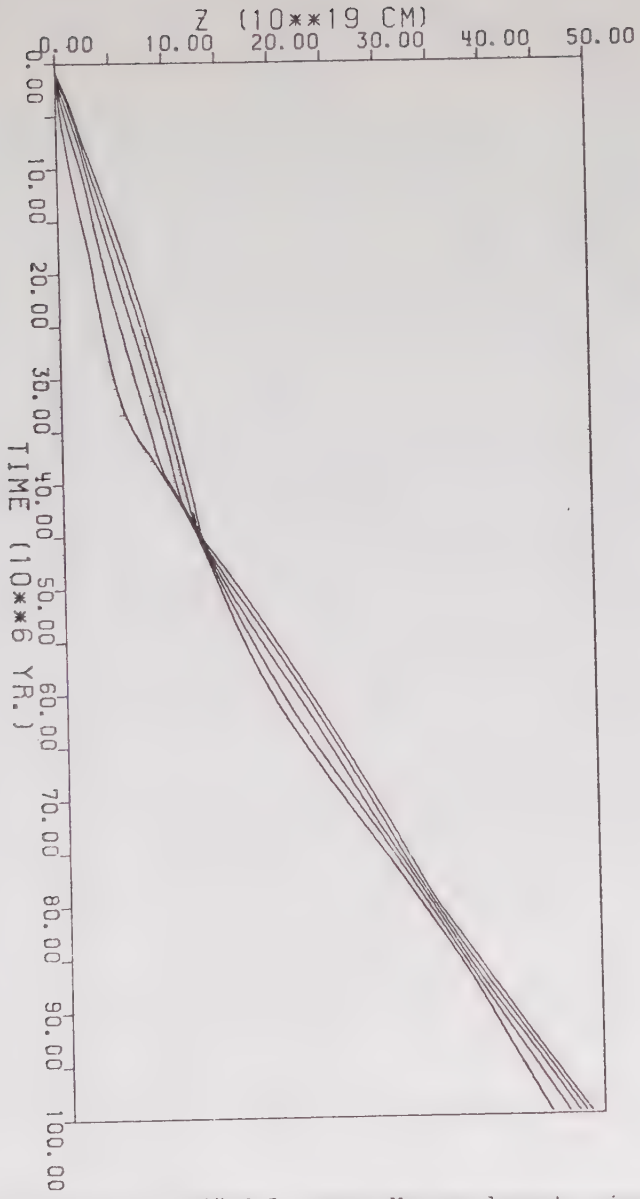


Abb. 28 Abstand der fünf Lagrange-Massenelemente einer der kollidierenden Wolken m_z/m_o = 0,2 0,4 0,6 0,8 und 1,0 von der Schwerpunktsebene als Funktion der Zeit

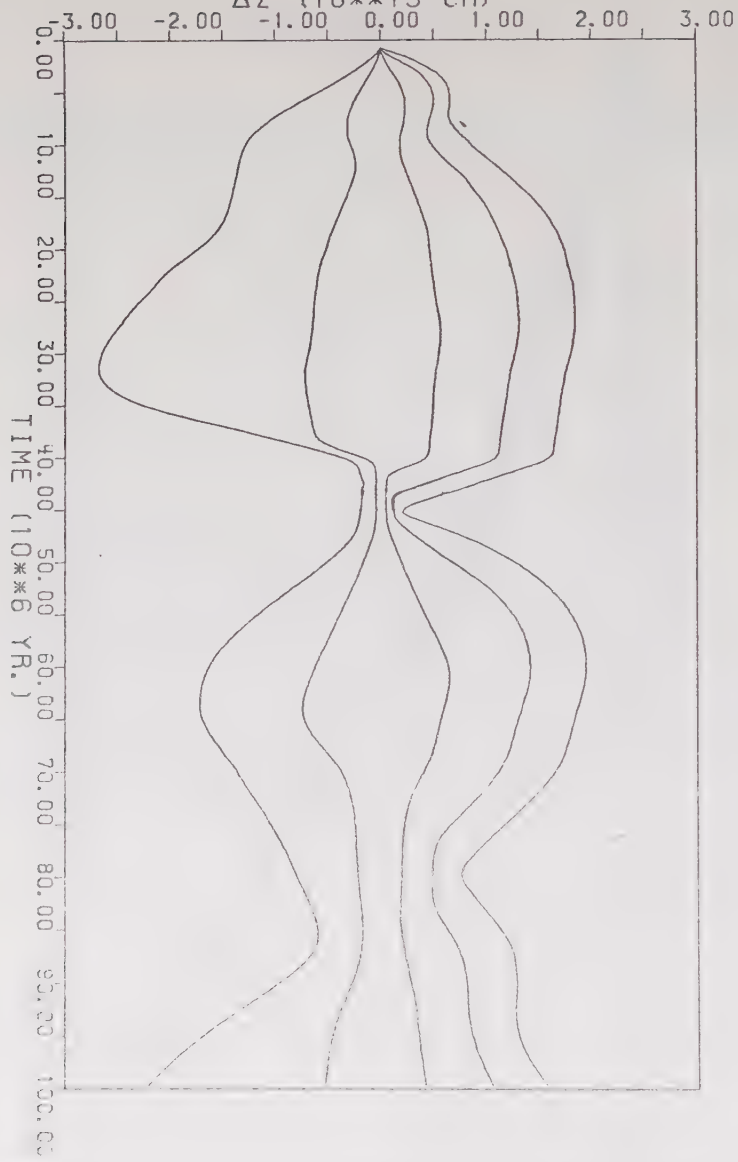


Abb. 29 Relativer Abstand ($\Delta z = z(m_z/m_o) - z(0,5)$) der fünf Lagrange-Massenelemente einer der kollidierenden Wolken m_z/m_o = 0,2 0,4 0,6 0,8 und 1,0 von der Lagrange-Schicht m_z/m_o = 0,5 als Funktion der Zeit

Kapitel IV: Diskussion

§ 14. Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

Im Mittel erlebt eine Wolke alle 10^7 Jahre einen Zusammenstoß. Stoßen zwei Wolken nicht frontal aufeinander oder stößt eine große Wolke mit einer kleineren zusammen, dann wird nur ein Teil der Wolkenmaterie durch die Stoßfronten stark gebremst (s. Abb. 1b). Dieser Bruchteil bildet einen hochkomprimierten Gasklumpen, der keineswegs mit der restlichen Wolkenmaterie gravitations-verbunden sein wird. Die restliche Materie bewegt sich mit der ursprünglichen Stoßgeschwindigkeit $u_o \sim 10$ km/sec, die viel größer als die Fluchtgeschwindigkeit des Systems $u_g \sim (\frac{2GM}{R})^{1/2} \sim 0{,}85$ km/sec (für $M = 500\ M_\odot$, $R = 7$ pc) ist.

Während der Kompressionsphase ist die komprimierte Wolkenmaterie im UV-Spektralbereich ($\lambda \approx 1000$ Å) optisch dick. Ein großer Anteil des Wasserstoffs liegt in molekularer Form vor; nur in den äußeren Wolkenschichten ist der Wasserstoff vorwiegend atomar. Das Vorhandensein von Molekülen hat jedoch keine schwerwiegenden Folgen für die weitere Entwicklung der betrachteten Wolken. Lediglich das Molekulargewicht μ (g/Teilchen) und die Energieverlustrate $\mathcal{L}$ (erg $g^{-1}sec^{-1}$) werden in der Kompressionsphase modifiziert. Bei der Expansion wird die Wolke optisch dünn im UV-Bereich und die vorhandenen Moleküle dissoziieren schnell.

Das Vorhandensein von Staubkörnern übt dagegen durch die Adsorption schwerer Elemente einen großen Einfluß auf die thermische Entwicklung und auf das dynamische Verhalten des interstellaren Mediums aus. Die physikalischen Vorgänge auf der Stauboberfläche sind aber sehr unsicher. Auf der theoretischen Seite sind diese oft empfindliche Funktionen vieler unbekannter Parameter. Auf der anderen Seite sind Laborexperimente selten auf interstellaren Staub direkt anwendbar. Die Beobachtungen von Extinktion, Streuung und Polarisation durch Staub lassen sich nicht immer eindeutig interpretieren. Aus diesem Grund wurden freie Parameter für die relevanten Prozesse eingeführt.

Dabei mußten viele Möglichkeiten betrachtet werden.

Erfreulicherweise erwiesen sich die qualitativen Aussagen dieser Untersuchung als weitgehend unabhängig von einem spezifisch angenommen Staubmodell für einen großen Bereich von möglichen Parametern.

Wie wir bereits im letzten Paragraphen feststellen konnten, führt ein Zusammenstoß zweier 7,6 pc-Wolken mit der relativen Geschwindigkeit Δu = 20 km/sec zu einem Phasenübergang der kalten Materie in die heiße Phase. Dabei wird nur ein Teil der Materie im Stoßzentrum thermisch instabil, da sie sich während der Kompressionsphase am längsten bei hohem Druck und bei hoher Dichte befindet. Die eindimensionalen numerischen Rechnungen zeigen dann zwei getrennte Wolken, die durch die schnelle Erhitzung der Materie im Stoßzentrum auseinandergeschoben werden. In Wirklichkeit erfolgt die Expansion in drei Dimensionen. Wir erwarten daher, daß ein Phasenübergang im Wolkeninnern eine expandierende Schale kalter Materie erzeugt.

Stoßen zwei kleine 1,5 pc-Wolken mit einer relativen Geschwindigkeit Δu = 20 km/sec zusammen, so wird die hohe Wasserstoffkerndichte $N_H = 10^{4.5}$ cm^{-3} im Zentrum für eine viel zu kurze Zeit aufrechterhalten (ca. $1{,}5 \times 10^5$ a), als daß eine wesentliche Ansammlung schwerer Elemente auf Staubkörnern hervorgerufen werden kann. In diesem Fall findet vorerst kein Phasenübergang statt. Falls kleine Wolken nicht schon vorher durch andere Vorgänge zerstört werden, wird erst nach mehreren hintereinanderfolgenden Zusammenstößen die Depletion der schweren Elemente sich durch einen Phasenübergang der Wolkenmaterie bemerkbar machen.

Numerische Rechnungen und analytische Überlegungen (Kapitel III) haben ergeben, daß die Wolkenoberfläche eine maximale Expansionsgeschwindigkeit von etwa $(\dot{R})_{max} \sim 1{,}5$ km/sec im Schwerpunktsystem erreicht- unabhängig von der Wolkengröße- wenn die Wolken mit der relativen Geschwindigkeit Δu = 20 km/sec zusammenstoßen. Die Abschätzung der Expansionsgeschwindigkeit wird durch die Berücksichtigung der Depletion schwerer Elemente und von Magnetfeldern, die senkrecht zur Stoßrichtung verlaufen,

erhöht. Nachdem der Gasdruck der Wolken soweit abgefallen ist, daß er kleiner als der Außendruck ist, wird die weitere Expansion durch den höheren Außendruck verzögert. Weil das kalte Gas jetzt durch ein viel dünneres Gas mit höherem Druck beschleunigt wird, ist die Oberfläche Rayleigh-Taylor-instabil. Dabei wachsen kleine Störungen am schnellsten, und diejenige Materie, die mit einer größeren als der Fluchtgeschwindigkeit $u_g \approx (\frac{2GM}{R})^{1/2}$ noch expandiert, ist für die Wolke verloren.

Die Rayleigh-Taylor-Instabilität übt einen großen Einfluß auf die weitere Entwicklung von kleinen Wolken nach einem Zusammenstoß aus. Eine homogene Gaskugel mit dem Radius R = 1,5 pc und mit der Masse M = 10 $M_\odot$ kann die Materie auf der Oberfläche nur dann durch Schwerkraft halten, wenn die Radialgeschwindigkeit dieser Materie kleiner als $u_g \approx 0{,}2$ km/sec ist. Da mehr als 80% der Wolkenmaterie mit einer größeren als der Fluchtgeschwindigkeit expandieren, wenn $(\dot{\ell})_{max} = 1{,}5$ km/sec gilt, muß die Wolke in kleinere Stücke zerfallen.

Kollidiert eine große Wolke ($M > 500\ M_\odot$) mit einer kleineren oder wird sie von einer anderen Wolke nur seitlich gestreift, so wird nur ein Bruchteil ihrer Materie stark komprimiert. In bezug auf die Expansionsphase verhält sich dieser Bruchteil so, als wären zwei kleinere Wolken zusammengestoßen.

In einer zusammenfassenden Darstellung diskutiert Field (1970) die Hypothese, daß der vollkommen inelastische Zusammenstoß zweier Wolken immer eine einzige größere Wolke erzeugt. Nach mehreren Zusammenstößen kann eine Wolke so sehr an Masse gewinnen, daß sie gravitations-instabil wird. Eine solche Wolke kollabiert etwa mit der Freifall-Zeitskala und fragmentiert in Sterne. Das Ergebnis ist eine Sternassoziation oder ein Sternhaufen.

Es ist jedoch fraglich, ob zwei kollidierende Wolken wirklich einen einzigen großen Gasklumpen bilden. Mehrere Effekte tragen dazu bei, größere Wolken in kleinere zu zerteilen:

1.) Die Wolken stoßen nicht immer frontal zusammen.
2.) Die Rayleigh-Taylor-Instabilität an der Oberfläche

von expandierenden Wolken führt zu einem Materieverlust.
3.) Die Ansammlung schwerer Elemente auf den Staubkörnern kann einen Phasenübergang im Wolkeninnern verursachen.

Aus den obengenannten Gründen könnte man sich eine alternative Erklärung des Massenspektrums von Wolken vorstellen (nach Scheffler (1966) gilt: $f(M) \propto M^{-2}$), die der Erklärung von Field gegenübersteht. Durch Wolkenzusammenstöße sollen die größeren Wolken ($M > 500\ M_\odot$) in mehrere kleinere zerfallen. Wenn bei einer sehr kleinen Wolke ($M < 1\ M_\odot$) Wärmeleitung eine Rolle spielt, verdampft diese, indem ihre Materie zur heißen Phase zurückkehrt. Im Gleichgewicht zwischen Entstehung und Zerstörung soll genau soviel Wolkenmaterie durch einen Phasenübergang in die kalte Phase erzeugt werden, wie durch den umgekehrten Phasenübergang zerstört wird.

Das interstellare Medium fließt alle 10^8 Jahre durch einen Spiralarm. Diese Zeitskala ist viel größer als die mittlere Zeit zwischen zwei Wolkenzusammenstößen (10^7 a). Sollten Wolken nur in Spiralarmen entstehen, dann ist das Massenspektrum $f(M)$ der Wolken stark ortsabhängig. So finden wir in ihrem Entstehungsbereich im Durchschnitt größere Wolken; weiter entfernt befinden sich dagegen kleinere Wolken. Die im Spiralarm entstandenen Wolken kehren zur heißen Gasphase zurück, bevor sie durch den nächsten Spiralarm fließen können. Das in die Dichtenwelle stömende Zwischenarmmedium befindet sich in der heißen Gasphase.

Zusammenfassend stellen wir fest: Infolge der Häufigkeit von Stößen zwischen interstellaren Wolken stehen diese im Druckgleichgewicht zur heißen Zwischenwolkenmedium nur im Zeitmittel. Viele Prozesse im Wolkeninnern laufen schneller ab, als bisher angenommen, weil die jeweiligen Teilchendichten zeitweilig viel höher liegen als beim Druckgleichgewicht.

Wir stellen ferner fest, daß Wolkenzusammenstöße in der Lage sind, die Wolken zunächst in kleinere Stücke zu zerteilen. Sehr kleine Wolken ($M < 1\ M_\odot$) kehren zur heißen Phase zurück. Interstellare Wolken existieren demnach nur in der Umgebung von Spiralarmen, solange die Entstehung von Wolken außerhalb der Spiralarme vernachlässigt werden kann.

Anhang I: Energiebilanz

Wir betrachten eine Gasmischung aus Wasserstoff (in neutraler [H^0], ionisierter [H^+]und molekularer [H_2] Form), Helium (in neutraler [He^0], einfach-ionisierter [He^+] und zweifach-ionisierter [He^{++}] Form), Elektronen, Staubkörnern und einem kleinen Anteil von schweren Elementen (in atomarer und ionisierter Form). Das Gas sei im infraroten und im sichtbaren Spektralbereich optisch dünn.

Die relativen Häufigkeiten der verschiedenen Bestandteile des Gases erhält man im allgemeinen (d.h. ohne Ionisations-, Depletion-Gleichgewicht oder Gleichgewicht der Wasserstoffmolekülbildung vorauszusetzen) durch die Integration der in Kapitel II aufgestellten nichtlinearen Differentialgleichungen. Wir betrachten diese relativen Häufigkeiten zunächst als vorgegeben und befassen uns jetzt mit der Energiebilanz des Gases.

§ 15. Aufheizung des Gases

Folgende Prozesse wurden bei Berechnung der Heizrate (Γ in erg $sec^{-1}cm^{-3}$) berücksichtigt:

A.) Coulomb'sche Wechselwirkung der kosmischen Strahlung mit Elektronen:

Die direkte Coulomb'sche Wechselwirkung zwischen den freien Elektronen und niederenergetischen Teilchen der kosmischen Strahlung führt zu einem Energiegewinn der Elektronen. Spitzer und Scott (1969) schreiben die Heizrate dieses Prozesses wie folgt:

$$\Gamma_{e,CR} = 8{,}5 \langle E_1 \rangle \zeta_{H,CR} N_e \quad . \tag{15.1}$$

Dabei ist $\zeta_{H,CR}$ die Primärionisationsrate von Wasserstoff durch kosmische 2 MeV - Protonen. Sie ist ein Maß für die Energiedichte der kosmischen Strahlung. In dieser Arbeit wurde der Wert:

$$\zeta_{H,CR} = 4 \times 10^{-16} \ sec^{-1} \tag{15.2}$$

verwendet (Field, Goldsmith und Habing 1969). $\langle E_1 \rangle$ ist der mittlere Energieverlust eines niederenergetischen Teilchens bei der Primärionisation von Wasserstoff. Nach Spitzer (1968) gilt:

(15.3) $\langle E_1 \rangle = 35$ eV .

B.) Thermalisierung energiereicher Elektronen:

Die 2 MeV - Protonen erzeugen durch die Ionisation von Wasserstoff Primärelektronen mit kinetischen Energien von etwa:

(15.4) $\langle E_2 \rangle = 20$ eV .

Die innere Energie wird jedoch nicht um den Betrag $\langle E_2 \rangle$ erhöht, da diese Elektronen Wasserstoff ionisieren können. Man spricht deshalb von einer Heizeffektivität ($\varepsilon_{H,CR} \leq 1$) dieses Prozesses und schreibt:

(15.5) $$\Gamma_{H,CR} = \varepsilon_{H,CR} \langle E_2 \rangle \xi_{H,CR} \, n_{H^0} \quad .$$

Analog gilt für die Primärelektronen von Helium (mit der mittleren kinetischen Energie $\langle E_3 \rangle$) und die Primärelektronen des Wasserstoffmoleküls (mit der mittleren kinetischen Energie $\langle E_4 \rangle$):

(15.6) $$\Gamma_{He,CR} = \varepsilon_{He,CR} \langle E_3 \rangle \xi_{He,CR} \, n_{He^0}$$

(15.7) $$\Gamma_{H_2,CR} = \varepsilon_{H_2,CR} \langle E_4 \rangle \xi_{H_2,CR} \, n_{H_2} \quad .$$

Wie bei Spitzer und Scott (1969) werden die Gleichungen (15.5) und (15.6) zusammengefaßt und approximativ dargestellt durch:

(15.8) $$\Gamma_{H/He,CR} = \varepsilon_{H,CR} \langle E_2 \rangle \xi_{H,CR} \left(n_{H^0} + n_{He^0} \right) \quad .$$

Nach Glassgold und Langer (1973) läßt sich Gleichung (15.7) in der Form

(15.9) $$\Gamma_{H_2,CR} = (1{,}65) \, \varepsilon_{H,CR} \langle E_2 \rangle \xi_{H,CR} \, n_{H_2}$$

schreiben. Die Heizeffektivität von 20 eV Elektronen in einem Plasma $\varepsilon_{H,CR}(N_e/N_H)$ wird von Habing und Goldsmith (1971) übernommen.

Jede Rekombination von He^+ in He^o erzeugt ein Photon mit einer Energie von mindestens 21,21 eV (L_α für neutrales Helium). Diese Photonen erzeugen durch die Ionisation von Wasserstoff Elektronen der kinetischen Energie:

(15.10) $$E_5 = 21{,}21 \text{ eV} - 13{,}59 \text{ eV} = 7{,}62 \text{ eV} \quad .$$

Diese 7,62 eV-Elektronen sind aber nicht energiereich genug, um Wasserstoff zu ionisieren. Deshalb ist die Heizeffektivität dieses Prozesses:

(15.11) $$\varepsilon_{H,He^+} = 1 \quad .$$

Die Heizrate ist damit:

(15.12) $$\Gamma_{H,He^+} = (\alpha_{He^o} N_e) E_5 \; n_{He^+} \quad .$$

Auch die Rekombination von He^{++} in He^+ produziert ein Photon, das Wasserstoff ionisieren könnte. Die Heizrate für diesen Prozeß lautet:

(15.13) $$\Gamma_{H,He^{++}} = (\alpha_{He^+} N_e) E_6 \; n_{He^{++}} \; \varepsilon_{H,He^{++}} \quad .$$

Mit den Näherungen:

(15.14) $$\varepsilon_{H,He^{++}} = \varepsilon_{H,CR}$$

(15.15) $$E_6 = 40 \text{ eV}$$

haben numerische Rechnungen ergeben, daß $\Gamma_{H,He^{++}}$ einen nur sehr geringen Anteil der gesamten Heizrate ausmacht, und deshalb vollkommen vernachlässigt werden kann.

C.) UV-Dissoziation von H_2-Molekülen

In § 8 wurde die Dissoziation von Wasserstoffmolekülen durch die Absorption interstellarer Photonen behandelt. Nach Milgrom, et.al. (1973) gewinnt das Gas pro Dissoziation die mittlere kinetische Energie:

(15.16) $$\langle E_7 \rangle = 0{,}5 \text{ eV} \quad .$$

Die Effektivität dieses Prozesses ist $\varepsilon_{H_2,UV} = 1$ und die Heizrate lautet:

(15.17) $$\Gamma_{H_2,UV} = \langle E_7 \rangle \, g_{Dis}^{(uv)} \, n_{H_2} \quad .$$

$g_{Dis}^{(uv)}$ ist die in § 8 behandelte Dissoziationsrate von molekularem Wasserstoff durch UV-Strahlung.

Die gesamte Heizrate erhält man durch Summation der einzelnen Prozesse:

(15.18) $$\Gamma = \sum_i \Gamma_i \quad .$$

§ 16. Kühlung des interstellaren Gases

Das optisch dünne interstellare Medium wird durch Strahlungsübergänge der inelastisch zusammenstoßenden Gasteilchen gekühlt. In dieser Arbeit werden siebenundzwanzig derartige Kühlprozesse berücksichtigt.

A.) L_α-Übergänge neutralen Wasserstoffs (Penston 1970):

(16.1) $$\Lambda(H^o, 1216\,\text{Å}) = (5{,}27 \times 10^{-21})\, n_{H^o} N_e \left(T^{1/2} + \frac{17500}{T^{1/2}}\right) \exp\left(-\frac{11800}{T}\right)$$

Dabei ist $\Lambda(K,\lambda)$ die Kühlrate (in erg $\sec^{-1}\text{cm}^{-3}$) des Strahlers "K" bei der Wellenlänge λ.

B.) Stöße von thermischen Elektronen und Wasserstoff mit schweren Elementen:

Vierzehn Übergänge der sieben Elemente C, N, O, Mg, Si, S und Fe werden von Penston (1970) übernommen. Penston berücksichtigt die Anregung der schweren Elemente durch Stöße mit molekularem Wasserstoff nicht. Hier wird nach einem Vorschlag von Dalgarno und McGray (1972) angenommen, daß die Anregungsfrequenz $\langle \sigma v \rangle$ der verschiedenen Übergänge durch Stöße molekularen Wasserstoffs gleich 1/4 derer von neutralem Wasserstoff ist. Mit dieser Annahme kann bei den Penston'schen Kühlprozessen, die durch Wasserstoff angeregt werden, anstelle der Wasserstoffkerndichte N_H die effektive Wasserstoffdichte:

(16.2) $$n_{eff} = n_{H^o} + n_{H^+} + n_{H_2}/4$$

eingesetzt werden.

C.) Ionisation von Wasserstoff durch Stöße thermischer Elektronen (Vogel 1972):

(16.3) $\Lambda_{ion}(H^0) = (1{,}34 \times 10^{-21})\, n_{H^0} N_e T^{1/2} \exp\left(-\frac{15800}{T}\right)$

D.) Abstrahlung durch frei-frei Übergänge (Vogel 1972):

(16.4) $\Lambda_{ff} = (2{,}91 \times 10^{-27})\, n_{H^+} N_e T^{1/2}$

E.) Dissoziation der Wasserstoffmoleküle durch Stöße mit thermischen Wasserstoffatomen und -molekülen (Hirasawa 1969):

(16.5) $\Lambda_{Dis}(H_2) = (7{,}18 \times 10^{-12})\, n_{H_2}\, g_{Dis}^{(th)}$.

Die thermische Dissoziationsrate von Wasserstoff $g_{Dis}^{(th)}$ wurde bereits in § 8 behandelt.

F.) Rotationsübergänge des Wasserstoffmoleküls:

In diesem und im folgenden Abschnitt wird angenommen, daß ein statistisches thermodynamisches Gleichgewicht herrscht zwischen Stößen, die ein Wasserstoffmolekül in ein höheres Rotationsniveau versetzen, und Stößen, die das Molekül in einen niedriger angeregten Zustand bringen. Dies ist sicherlich der Fall, wenn die "Lebensdauer" des angeregten Zustands $\tau_e = 1/A$ (A ist die Wahrscheinlichkeit des spontanen Übergangs) groß ist gegen die mittlere Zeit zwischen zwei Stoßanregungen. Das heißt, es herrscht statistisches Gleichgewicht, wenn

(16.6) $\frac{1}{A} >> \frac{1}{n \langle \sigma v \rangle}$

gilt. Hier ist n die Teilchendichte, v die relative Geschwindigkeit der stoßenden Teilchen und σ der Anregungsquerschnitt.

Für die Anregung des Rotationsüberganges $J = 2 \rightarrow J = 0$ des Parawasserstoffmoleküls ist der Querschnitt σ_{20} bekannt (Hollenbach und Salpeter 1971):

(16.7) $\sigma_{20} = 4 \times 10^{-18}\ cm^2$.

Mit dem Wert für A_{20} aus Tabelle 5 lautet die Bedingung (16.6):

(16.8) $n_{H_2} T^{1/2} >> 700\ cm^{-3}\ {}^{o}K^{1/2}$.

Für die Besetzung eines Rotationsniveaus des Parawasserstoffmoleküls (J gerade) gilt auf Grund der Boltzmann-Verteilung:

$$n_J = (n_{H_2}/4)\,\frac{g_J\,\exp(-E_J/kT)}{f_{P\text{-}H_2}} \quad . \tag{16.9}$$

g_J ist das statistische Gewicht des Rotationsniveaus mit der Quantenzahl J. Für das Orthowasserstoffmolekül (J ungerade) gilt dagegen:

$$n_J = (3/4)\,n_{H_2}\,\frac{g_J\,\exp(-(E_J-E_1)/kT)}{f_{O\text{-}H_2}} \quad . \tag{16.10}$$

Die Zustandssummen $f_{P\text{-}H_2}$ und $f_{O\text{-}H_2}$ sind gegeben durch:

$$f_{P\text{-}H_2} = 1 + \sum_{j\,\text{gerade}\geq 2} g_j \exp(-E_j/kT) \tag{16.11}$$

und

$$f_{O\text{-}H_2} = 3 + \sum_{j\,\text{ungerade}\geq 3} g_j \exp\left(-\frac{E_j - E_1}{kT}\right) \quad . \tag{16.12}$$

Der Übergang von Orthowasserstoff in Parawasserstoff oder von Parawasserstoff in Orthowasserstoff ist hochgradig verboten ($\Delta J = \pm 2$). Das Verhältnis von Orthowasserstoff zu Parawasserstoff ist unter normalen interstellaren Bedingungen bei dem Wert:

$$\frac{n_{O\text{-}H_2}}{n_{P\text{-}H_2}} = 3 \tag{16.14}$$

eingefroren (Dalgarno und Wright 1972).

Die Kühlrate von Übergängen in das Rotationsniveau J ist bei thermodynamischem Gleichgewicht:

$$\Lambda_J(H_2, \lambda_{J+2,J}) = n_{J+2}\,A_{J+2,J}\,\Delta E_{J+2,J} \quad . \tag{16.15}$$

Aus den Gleichungen (16.15), (16.9), (16.10) und mit den numerischen Werten aus Tabelle 4 und 5 folgt:

$$\Lambda_0(H_2, 28.2\,\mu) = (2{,}6\times 10^{-24})\,\exp\left(-\frac{512}{T}\right)\,\frac{n_{H_2}}{f_{P\text{-}H_2}} \tag{16.16}$$

$$\Lambda_1(H_2, 17.0\,\mu) = (2{,}92\times 10^{-22})\,\exp\left(-\frac{844}{T}\right)\,n_{H_2}/f_{O\text{-}H_2} \tag{16.17}$$

$$\Lambda_2(H_2, 12.3\,\mu) = (1{,}0\times 10^{-21})\,\exp\left(-\frac{1684}{T}\right)\,n_{H_2}/f_{P\text{-}H_2} \tag{16.18}$$

$$\Lambda_3(H_2, 9.68\,\mu) = (1{,}66\times 10^{-20})\,\exp\left(-\frac{2330}{T}\right)\,n_{H_2}/f_{O\text{-}H_2} \tag{16.19}$$

(16.20) $$\Lambda_4(H_2, 8.03\,\mu) = \left(2{,}13 \times 10^{-20}\right) \exp\left(-\frac{3480}{T}\right) \frac{n_{H_2}}{f_{P\text{-}H_2}} \quad .$$

Bei der Berechnung von $f_{P\text{-}H_2}$ und $f_{O\text{-}H_2}$ wurden nur die ersten sechs Rotationsniveaus berücksichtigt.

Tabelle 4

Statistisches Gewicht und Energie der ersten sechs angeregten Rotationsniveaus von H_2 und HD:

		H_2	HD
J	g_J	E_J/k (°K)	E_J/k (°K)
0	1	0	0
1	3	171	128
2	5	512	384
3	7	1015	766
4	9	1684	1272
5	11	2500	1896
6	13	3480	2640

Tabelle 5

Übergangswahrscheinlichkeit, Wellenlänge und Energie der ersten fünf Rotationsübergänge in H_2 und HD:

Übergang	$A_{J+\Delta J,J}$ (sec^{-1})*	λ (μ)*	$(\Delta E_{J+\Delta J,J}/k)$ (°K)	
R(0)	$2{,}54 \times 10^{-8}$	112	128	
R(1)	$2{,}41 \times 10^{-7}$	56,2	256	
R(2)	$8{,}58 \times 10^{-7}$	37,7	382	
R(3)	$2{,}06 \times 10^{-6}$	28,5	506	HD
R(4)	$3{,}98 \times 10^{-6}$	23,1	620	
S(0)	$2{,}947 \times 10^{-11}$	28,2	512	
S(1)	$4{,}768 \times 10^{-10}$	17,0	844	
S(2)	$2{,}758 \times 10^{-9}$	12,3	1170	H_2
S(3)	$9{,}850 \times 10^{-9}$	9,68	1490	
S(4)	$2{,}647 \times 10^{-8}$	8,03	1800	

*entnommen aus Dalgarno und Wright (1972)

G.) Rotationsübergänge des HD-Moleküls

Für das Hybridmolekül Wasserstoff-Deuterium ist der Dipolübergang erlaubt ($\Delta J = \pm 1$). Im Vergleich zu H_2 sind für HD die Übergangswahrscheinlichkeiten einige Zehnerpotenzen größer und die Anregungsenergien der ersten Rotationsniveaus klein. Deshalb ist bei niedriger Temperatur ($T < 100\ ^{o}K$) die Kühlung durch HD effektiver als die durch H_2 - für eine relative Deuterium-Häufigkeit von etwa (Dalgarno und Wright 1972):

$$N_D/N_H = \frac{1}{20\,000} \quad . \tag{16.21}$$

Die Kühlrate durch Übergänge in den Rotationszustand J bei thermodynamischem Gleichgewicht lautet:

$$\Lambda_J(HD, \lambda_{J+1,J}) = n_{J+1} A_{J+1,J} (E_{J+1} - E_J) \quad . \tag{16.22}$$

Die Besetzung des Niveaus J ist gegeben durch:

$$n_J = \frac{n_{H_2}}{20\,000} \frac{g_J \exp(-E_J/kT)}{f_{HD}} \quad , \tag{16.23}$$

wobei

$$f_{HD} = 1 + \sum_{j \geq 1} g_j \exp(-E_j/kT) \quad . \tag{16.24}$$

Aus den Gleichungen (16.22), (16.23) und aus den Tabellen 4 und 5 folgt:

$$\Lambda_0(HD, 112\mu) = (6{,}75 \times 10^{-26}) \exp\left(-\frac{128}{T}\right) n_{H_2}/f_{HD} \tag{16.25}$$

$$\Lambda_1(HD, 56.2\mu) = (2{,}13 \times 10^{-24}) \exp\left(-\frac{384}{T}\right) n_{H_2}/f_{HD} \tag{16.26}$$

$$\Lambda_2(HD, 37.7\mu) = (1{,}58 \times 10^{-23}) \exp\left(-\frac{766}{T}\right) n_{H_2}/f_{HD} \tag{16.27}$$

$$\Lambda_3(HD, 28.5\mu) = (6{,}45 \times 10^{-23}) \exp\left(-\frac{1272}{T}\right) n_{H_2}/f_{HD} \tag{16.28}$$

$$\Lambda_4(HD, 23.1\mu) = (1{,}88 \times 10^{-22}) \exp\left(-\frac{1896}{T}\right) n_{H_2}/f_{HD} \quad . \tag{16.29}$$

Bei der numerischen Berechnung der Zustandssumme f_{HD} wurden nur die ersten fünf Rotationsniveaus berücksichtigt.

H.) Kühlung durch Staub

Wenn die Stöße zwischen den Atomen und den Staubteilchen nicht vollkommen elastisch sind, kann auch der interstellare Staub zur Kühlung beitragen. Bezeichnet

man durch T_s die Staubtemperatur und durch ε die Effektivität dieses Kühlprozesses, dann erhält man für die Kühlung durch Stöße zwischen den Staubteilchen und den Atomen "K":

$$\Lambda_{K,S} = N_K (N_H x_s) (kT - kT_s)\, \varepsilon_K \langle \sigma v_K \rangle \quad . \tag{16.30}$$

Bei vollkommen elastischen Stößen hat ε_K den Wert 0. Wenn das stoßende Atom im Mittel die kinetische Energie $\frac{3}{2} kT_s$ annimmt, ist $\varepsilon_K = 1$. ε_K liegt zwischen 0 und 1. Dieser Kühlprozeß spielt erst bei hohem Gasdruck eine große Rolle und wird daher nicht weiter berücksichtigt.

§ 17. Thermodynamik des interstellaren Gases

Die Energieverlustrate eines Gramms Materie wird definiert durch:

$$\mathcal{L} = \left(\frac{\Lambda - \Gamma}{\rho}\right) \quad (\mathrm{erg\ g^{-1} sec^{-1}}) \tag{17.1}$$

Mit dieser Definition lautet der erste Hauptsatz der Thermodynamik in einem Bezugssystem, das sich mit dem Gas bewegt (nicht relativistisch):

$$-\mathcal{L}\, Dt = DU - \frac{p}{\rho}\left(\frac{D\rho}{\rho}\right) \tag{17.2}$$

Hier ist DU die Änderung der inneren Energie eines Gramms Materie und $\frac{p}{\rho}\left(\frac{D\rho}{\rho}\right)$ die infinitesimale Arbeit, die pro Gramm Materie geleistet wird. Im statistischen thermodynamischen Gleichgewicht gilt der Gleichverteilungssatz. Die innere Energie eines idealen Gases aus mehreren Komponenten kann deshalb schematisch dargestellt werden durch: $U = \sum_i U_i$, wobei

$$U_i = \frac{1}{\rho}\left(\frac{3}{2} n_i kT + n_i \left[\frac{\sum_j g_j^{(i)} \varepsilon_j^{(i)}/kT \exp(-\varepsilon_j^{(i)}/kT)}{\sum_j g_j^{(i)} \exp(-\varepsilon_j^{(i)}/kT)}\right] kT\right) \quad . \tag{17.3}$$

$g_j^{(i)}$ ist das statistische Gewicht und $\varepsilon_j^{(i)}$ ist die Energie des j-ten Niveaus der i-ten Gaskomponente. Die Energie des Grundniveaus ist per definitionem $\varepsilon_o^{(i)} = 0$.

Der Ausdruck in den eckigen Klammern

$$(17.4) \qquad \Delta r_i = \left[\frac{\sum_j g_j^{(i)} \varepsilon_j^{(i)}/kT \exp(-\varepsilon_j^{(i)}/kT)}{\sum_j g_j^{(i)} \exp(-\varepsilon_j^{(i)}/kT)} \right]$$

stellt für die i-te Gaskomponente zusätzliche Freiheitsgrade dar, die wegen einer "Speicherung" der Energie in höhere angeregte Zustände auftreten.

Für das relativ dünne interstellare Gas können diese zusätzlichen Freiheitsgrade in den Fällen neutralen Wasserstoffs und neutralen und einfach-ionisierten Heliums völlig vernachlässigt werden. Diese Zustände sind viel zu kurzlebig und die Anregungsquerschnitte viel zu klein, als daß sich ein thermodynamisches Gleichgewicht auch nur annähernd einstellt. Vielmehr wird die Energie sofort abgestrahlt und kann als Kühlprozeß betrachtet werden. Im Fall neutralen Wasserstoffs zum Beispiel führt jede Anregung in ein höheres Niveau zur Abstrahlung eines L_α-Quants (Habing und Goldsmith 1971).

Auch die Ionisationen von Wasserstoff und Helium durch thermische Elektronen sollen nicht als zusätzliche Freiheitsgrade behandelt werden. Bei jeder thermischen Ionisation von Wasserstoff wird dem Gas 13,59 eV entzogen, da die darauffolgende Rekombination (ähnlich wie bei der Anregung eines höheren Niveaus von Wasserstoff) zu der Abstrahlung eines L_α-Photons und anderer Lichtquanten führt, deren Gesamtenergieverlust 13,59 eV beträgt. Die thermische Ionisation wurde in § 16 als weiterer Kühlprozeß betrachtet.

Die L_α-Quanten neutralen und einfach-ionisierten Heliums können energiereiche Elektronen bei der Ionisation von Wasserstoff erzeugen. Dieser Vorgang wurde in § 15 als Heizprozeß in die Energiebilanz mit einbezogen.

Aus den thermodynamischen Definitionen:

$$(17.5) \qquad \alpha = \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln P}\right)_T$$

$$(17.6) \qquad \delta = -\left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T}\right)_P$$

$$(17.7) \qquad c_P = \left(\frac{\partial S}{\partial \ln T}\right)_P$$

$$(17.8) \qquad c_V = \left(\frac{\partial S}{\partial \ln T}\right)_\rho$$

$$(17.9) \qquad \gamma = \frac{c_P}{\alpha c_V}$$

und aus der Gleichung (17.2) folgt bei thermodynamischem

Gleichgewicht (BKTY):

$$\frac{D\varrho}{\varrho} = \frac{1}{\gamma}\frac{DP}{P} + \left(\frac{\alpha\gamma - 1}{\delta\gamma}\right)\frac{\mathcal{L}\cdot\varrho}{P}\,Dt \quad . \tag{17.10}$$

Um α und δ zu berechnen, definieren wir

$$N = N_H + N_{He} \tag{17.11}$$

$$E = N_e / N \tag{17.12}$$

$$h = n_{H_2} / N \quad . \tag{17.13}$$

Demnach gilt für ein ideales Gas die Zustandsgleichung:

$$P = N\,(1 + E - h)\,kT \quad . \tag{17.14}$$

Aus (17.14) lassen sich α und δ leicht berechnen. Es gilt:

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1+E-h}\left(\frac{\partial[E-h]}{\partial \ln P}\right)_T \tag{17.15}$$

$$\delta = 1 + \frac{1}{1+E-h}\left(\frac{\partial[E-h]}{\partial \ln T}\right)_P \quad . \tag{17.16}$$

Ferner erhalten wir für c_V wegen $TdS = -\mathcal{L}\,Dt$:

$$c_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_\varrho \quad . \tag{17.17}$$

Mit der Annahme

$$\Delta n_{H^0} = \Delta n_{He^0} = \Delta n_{He^+} = 0 \tag{17.18}$$

folgt aus (17.17), (17.3) und (17.4):

$$c_V = \frac{P}{\varrho T}\left\{\frac{3}{2}\frac{\delta}{\alpha} + \frac{h}{1+E-h}\left[\Delta n_{H_2}\left(1+\left(\frac{\partial \ln h}{\partial \ln T}\right)_P + \frac{\delta}{\alpha}\left(\frac{\partial \ln h}{\partial \ln P}\right)_T\right) + \frac{d\,\Delta n_{H_2}}{d \ln T}\right]\right\}. \tag{17.19}$$

Analog folgt aus (17.7):

$$c_p = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + \frac{P\delta}{\varrho T} \quad . \tag{17.20}$$

Demnach gilt für c_p:

$$c_p = \frac{P}{\varrho T}\left\{\frac{5}{2}\delta + \frac{h}{1+E-h}\left[\Delta n_{H_2}\left(1 + \left(\frac{\partial \ln h}{\partial \ln T}\right)_P\right) + \frac{d\,\Delta n_{H_2}}{d \ln T}\right]\right\}. \tag{17.21}$$

Es gilt im allgemeinen (Baker und Kippenhahn 1962):

$$c_p - c_V = \frac{P}{\varrho T}\,\frac{\delta^2}{\alpha} \quad . \tag{17.22}$$

Die thermodynamischen Größen α und δ sind daher nicht voneinander unabhängig. Vielmehr folgt aus (17.19), (17.21) und (17.22):

$$(17.23) \qquad \frac{5}{2}\alpha - \frac{3}{2} - \frac{h}{1+\varepsilon-h}\,\Delta r_{H_2}\left(\frac{\partial \ln h}{\partial \ln p}\right)_T = \delta$$

Man kann sich leicht überzeugen, daß für den Spezialfall $h = 0$ (keine Wasserstoffmoleküle)

$$(17.24) \qquad \gamma = \frac{5}{3}$$

$$(17.25) \qquad \frac{\alpha\gamma - 1}{\delta\gamma} = \frac{2}{5}$$

und

$$(17.26) \qquad \frac{D\varrho}{\varrho} = \frac{3}{5}\frac{Dp}{p} + \frac{2}{5}\frac{\mathcal{L}\cdot\varrho}{p}\,Dt$$

gelten muß. Die Gleichungen (17.19), (17.21), (17.23), (17.24), (17.25) und (17.26) sind gültig insofern $\Delta r_H{}^o = \Delta r_{He}{}^o = \Delta r_{He}{}^+ = 0$.

Ohne vorauszusetzen, daß Ionisationsgleichgewicht oder Gleichgewicht der Wasserstoffmolekül-Bildung und -Zerstörung herrscht, wohl aber daß der Gleichverteilungssatz für die Rotationsniveaus des Wasserstoffmoleküls gilt, kann man Gleichung (17.2) in der Form schreiben:

$$(17.27) \qquad -\mathcal{L}\,Dt = \frac{p}{\varrho}\left\{\frac{3}{2}\frac{DT}{T} + \frac{3}{2}\frac{D[\varepsilon-h]}{1+\varepsilon-h} + \frac{h}{1+\varepsilon-h}\left(\Delta r_{H_2}\frac{Dh}{h} + \beta\frac{DT}{T}\right)\right\} - \frac{p}{\varrho}\frac{D\varrho}{\varrho}\,.$$

Dabei wird die Definition verwendet:

$$(17.28) \qquad \beta = \frac{D}{DT}\left(\Delta r_{H_2} T\right)\,.$$

Für ein reines Wasserstoffmolekülgas (d.h. $E = 0$, $h = 1/2$) gilt:

$$(17.29) \qquad \left(c_p^{H_2}\right)_o = \frac{p}{\varrho T}\left(\frac{5}{2} + \beta\right)\,.$$

Deshalb läßt sich β aus bekannten Tabellen der Gaskonstanten gewinnen. Schreibt man für β :

$$(17.30) \qquad \beta = a_1 + a_2\Delta T + a_3\Delta T^2 + a_4\Delta T^3 + a_5\Delta T^4 + a_6\Delta T^5 + a_7\Delta T^6\,,$$

wobei $\Delta T = T - T_o$ gilt, so läßt sich Δr_{H_2} in der Form

$$(17.31) \qquad \Delta r_{H_2} = \frac{a_0}{T} + \frac{a_1\Delta T}{T} + \frac{a_2\Delta T^2}{2T} + \cdots + \frac{a_7\Delta T^7}{7T}$$

schreiben. Die Konstanten a_o bis a_7 und T_o werden in Tabelle 6 für verschiedene Temperaturbereiche angegeben.

Tabelle 6

Koeffizienten für β und Δr_{H_2} (entnommen aus Hilsenrath 1960):

	$0 \leq T < 40$	$40 \leq T < 100$	$100 \leq T < 400$
T_o	0	40	100
a_o	0	$-1,3757\times10^{-12}$	4,05
a_1	0	0	0,2140
a_2	$2,5\times10^{-5}$	$4,4198\times10^{-4}$	$6,8278\times10^{-3}$
a_3	0	$-2,8694\times10^{-5}$	$2,3400\times10^{-5}$
a_4	0	$4,5675\times10^{-7}$	$-6,7489\times10^{-7}$
a_5	0	0	$4,3347\times10^{-9}$
a_6	0	0	$-1,2238\times10^{-11}$
a_7	0	0	$1,3020\times10^{-14}$

	$400 \leq T < 1000$	$1000 \leq T < 2500$	$2500 \leq T < 5000$
T_o	400	1000	2500
a_o	245,0	877,3	3118,6
a_1	1,01	1,133	1,81
a_2	$1,4717\times10^{-4}$	$3,6233\times10^{-4}$	$2,7257\times10^{-4}$
a_3	$-9,8611\times10^{-7}$	$8,1773\times10^{-7}$	$1,1717\times10^{-7}$
a_4	$5,1458\times10^{-9}$	$-1,8240\times10^{-9}$	$-1,7900\times10^{-10}$
a_5	$-1,1319\times10^{-11}$	$2,0053\times10^{-12}$	$8,3333\times10^{-14}$
a_6	$1,3750\times10^{-14}$	$-1,1093\times10^{-15}$	-1.3067×10^{-17}
a_7	$-6,9444\times10^{-18}$	$2,3983\times10^{-19}$	0

Anhang II: Numerische Methode

§ 18. Differenzengleichungen

Definieren wir durch f_j^n die Funktion

$$f(m_z,t) = f\left(\sum_{i=0}^{j}\Delta m_i, n\Delta t\right) = f_j^n \quad , \tag{18.1}$$

so lassen sich die in § 9 diskutierten Differentialgleichungen als Differenzengleichungen schreiben (s. Richtmeyer und Morton 1968):

$$\frac{u_j^{n+1/2} - u_j^{n-1/2}}{\Delta t} = -\left(\frac{P_{j+1/2}^n + P_{j-1/2}^n}{2}\right)\frac{\ln P_{j+1/2}^n - \ln P_{j-1/2}^n}{\Delta m_j} - \left(\frac{Q_{j+1/2}^n - Q_{j-1/2}^n}{\Delta m_j}\right) - 4\pi G m_j \tag{18.2}$$

$$\frac{z_j^{n+1} - z_j^n}{\Delta t} = u_j^{n+1/2} \tag{18.3}$$

$$1/\rho_{j-1/2}^{n+1} = \frac{z_j^{n+1} - z_{j-1}^{n+1}}{\Delta m_j} \tag{18.4}$$

$$Q_{j-1/2}^{n+1} = \begin{cases} 0 & \text{für } u_j^{n+1/2} \geq u_{j-1}^{n+1/2} \\ \alpha^2 \rho_{j-1/2}^{n+1}\left(u_j^{n+1/2} - u_{j-1}^{n+1/2}\right)^2 & \text{für } u_j^{n+1/2} < u_{j-1}^{n+1/2} \end{cases} \tag{18.5}$$

In § 17 haben wir gesehen, daß die zeitliche Ableitung $\frac{1}{T}\frac{DT}{Dt}$ sich als Funktion vieler Variablen darstellen läßt:

$$\frac{1}{T}\frac{DT}{Dt} = F\left(\rho, T, h, E, \frac{1}{\rho}\frac{Dp}{Dt}, \frac{Dh}{Dt}, \frac{DE}{Dt}\right) \tag{18.6}$$

Die Differenzengleichung lautet daher:

$$\frac{\ln T_{j-1/2}^{n+1} - \ln T_{j-1/2}^n}{\Delta t} = F\left(\rho_{j-1/2}^n, T_{j-1/2}^n, h_{j-1/2}^n, E_{j-1/2}^n, \frac{\ln \rho_{j-1/2}^{n+1} - \ln \rho_{j-1/2}^n}{\Delta t}, \frac{h_{j-1/2}^{n+1} - h_{j-1/2}^n}{\Delta t}, \frac{E_{j-1/2}^{n+1} - E_{j-1/2}^n}{\Delta t}\right) . \tag{18.7}$$

Schließlich haben wir die Zustandsgleichung:

$$P_{j-1/2}^{n+1} = \left(\frac{\mathcal{R}}{\mu_0}\right)\frac{\rho_{j-1/2}^{n+1} T_{j-1/2}^{n+1}}{1 + E_{j-1/2}^{n+1} - h_{j-1/2}^{n+1}} \quad . \tag{18.8}$$

Aus den Definitionen von E und h in § 17 gewinnen wir die Differenzengleichungen:

$$\frac{E_{j-1/2}^{n+1} - E_{j-1/2}^n}{\Delta t} = \frac{1}{1{,}1}\left[\frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{H^+}}{N_H} + \frac{n_{He^+}}{N_H} + 2\frac{n_{He^{++}}}{N_H}\right)\right]_{j-1/2}^n \tag{18.9}$$

$$\frac{h_{j-1/2}^{n+1} - h_{j-1/2}^n}{\Delta t} = \frac{1}{1{,}1}\left[\frac{D}{Dt}\left(\frac{n_{H_2}}{N_H}\right)\right]_{j-1/2}^n \quad . \tag{18.10}$$

Ist zur Zeit $t = n\Delta t$ $P^n_{j+½}, Q^n_{j+½}, z^n_j, \rho^n_{j+½}, T^n_{j+½}, h^n_{j+½}, E^n_{j+½}$ und zur Zeit $t = (n-½)\Delta t$ $u^{n-½}_j$ für $0 \le j \le J$ bekannt, so kann man durch die sieben Differenzengleichungen und mit Hilfe der Zustandsgleichung die Werte von $P^{n+1}_{j+½}, Q^{n+1}_{j+½}, z^{n+1}_j$, $\rho^{n+1}_{j+½}, T^{n+1}_{j+½}, h^{n+1}_{j+½}, E^{n+1}_{j+½}$ zur Zeit $t = (n+1)\Delta t$ und $u^{n+½}_j$ zur Zeit $t = (n+½)\Delta t$ errechnen $(0 \le j \le J)$.

Die Randbedingungen (9.7) und (9.8) lauten:

(18.11) $$u^{n-½}_o = 0$$

(18.12) $$P^n_{J+½} = \text{const.} = P_o \quad .$$

Als Anfangsbedingung genügt die Kenntnis von $P^o_{j+½}, Q^o_{j+½}$, $z^o_j, \rho^o_{j+½}, T^o_{j+½}, h^o_{j+½}, E^o_{j+½}$ und $u^{-½}_j$ für $0 \le j \le J$.

Die Lagrange'schen Abstände zwischen benachbarten Massenelementen Δm_j werden nach jedem Zeitschritt neu definiert, falls Schritte eingefügt oder weggelassen werden.

Man kann sich leicht überzeugen, daß eine Iteration des Gleichungssystems in der hier dargestellten Form nicht notwendig ist. Der Versuch, die Gleichungen (18.7), (18.9) und (18.10) in einer zeitlich zentrierten Form zu schreiben, zwingt nicht nur dazu, ein Iterationsverfahren anzuwenden, sondern führt zu numerischen Instabilitäten.

Die Größe des Zeitintervals Δt wird einerseits durch das normale Courant-Stabilitätskriterium beschränkt (Richtmeyer und Morton 1967):

(18.13) $$\left(\frac{5}{3} P_\rho\right)^{1/2} \frac{\Delta t}{\Delta m} < 1$$

und andererseits durch die Bedingung:

(18.14) $$\Delta t < \min\left\{ \frac{0{,}03}{\ln P^{n+1}_{j+½} - \ln P^n_{j+½}} , \frac{0{,}03}{\ln T^{n+1}_{j+½} - \ln T^n_{j+½}} , 20000\ a \right\},$$

um numerische Oszillationen auf einem Minimum zu halten.

Literaturverzeichnis:

Aannestad, P.A. 1973, Ap.J.Suppl.Ser. 25, 223.

Aannestad, P.A., Purcell, E.M. 1973, Ann.Rev.Astron. Astrophys. 11, 309.

Adams, W.S. 1949, Ap.J. 109, 354.

Allen, C.W. 1963, Astrophysical Quantities, Athlone Press, London.

Baker, N., Kippenhahn, R. 1962, Z.f.Astrophys. 54, 114.

Biermann, P., Kippenhahn, R., Tscharnuter, W., Yorke, H. (BKTY) 1972, Astron.Astrophys. 19, 113.

Bless, R.C., Savage, B.D. 1972, Ap.J. 171, 293.

Dalgarno, A., McGray, R.A. 1972, Ann.Rev.Astron.Astrophys. 10, 375.

Dalgarno, A., Wright, E.L. 1972, Ap.J. 174, L49.

Field, G.B. 1970, in Évolution Stellaire avant la Sequence Principle, Colliquium in Liége (June 30, 1969) Cointe Ougrée, Belgium.

Field, G.B., Goldsmith, D.W., Habing, H.J. 1969, Ap.J. 155, L149.

Garz,T., Holweger, H., Kock, M., Richter, J. 1969, Astron. Astrophys. 2, 446.

Glassgold, A.E., Langer, W.D. 1973, Ap.J. 179, L147.

Goldsmith, D.W. 1970, Ap.J. 161, 41.

Habing, H.J., Goldsmith, D.W. 1971, Ap.J. 166, 525.

Hertel, G. 1973, Diplomarbeit, Univ. Göttingen.

Hilsenrath, J. 1960, Tables of thermodynamic and transport Properties, Pergamon Press, Oxford.

Hirasawa, T. 1969, Progress of theoretical Physics Vol. 42, No. 3.

Hollenbach, D.J., Salpeter, E.E. 1970, J.Chem.Phys. 53, 79.

Hollenbach, D.J., Salpeter, E.E. 1971, Ap.J. 163, 155.

Hollenbach, D.J., Werner, M.V., Salpeter, E.E. 1971, Ap.J. 163, 165.

Isobe, S. 1973, IAU Symposium No. 52 in Albany, N.Y., U.S.A. (May 29, 1972) D. Reidel Publ.Co.,Dortrecht.

Johnson, H.L. 1968, in Nebulae and Interstellar Matter, ed: B.M. Middlehurst and L.H. Aller, Univ. of Chicago Press, Chicago.

de Jong, T. Kamijo, F. 1973, Astron.Astrophys. 25, 363.

Landau, R. 1970, Nature 226, 924.

Mézáros, P. 1973a, Ap.J. 180, 381.

Mézáros, P. 1973b, Ap.J. 180, 397.

Milgrom, M., Panagia, N., Salpeter, E.E. 1973, Astrophys. Lett. 14, 73.

Morton, D.C. 1973, Paper presented at 15th General Assembly of IAU at Sidney Australia, August 21-30.

Penston, M.V. 1970, Ap.J. 162, 771.

Pikel'ner, S. 1967, Astr.Zn. 44, 915. (engl. transl. 1968, Soviet Astron. 11, 737.)

Richtmeyer, R.D., Morton, K.W. 1967, Difference Methods for Initial-Value Problems, Interscience Publ., N.Y., Chap. 12.

Roberts, W.W. Jr. 1969, Ap.J. 158, 123.

Röser, H. 1973, Diplomarbeit, Univ. Göttingen.

Scheffler, H. 1966, Zs.f.Astrophys. 63, 267.

Spitzer, L. Jr. 1968, Diffuse Matter in Space, Interscience Publ., N.Y.

Spitzer, L. Jr., Scott, E.M. 1969, Ap.J. 158, 161.

Stecher, T., Williams, D.A. 1967, Ap.J. 149, L29.

Stone, M.E. 1970a, Ap.J. 159, 277.

Stone, M.E. 1970b, Ap.J. 159, 293.

Van de Hulst, H.C. 1949, Rech.Astron.Obs.Utrecht 11, Part 2.

Vogel, U. 1972, Dissertation, Univ. Bonn.

Watson, W.D., Salpeter, E.E. 1972, Ap.J. 174, 321.

Wickramesinghe, N.C. 1967, Interstellar Grains, Chapman & Hall, London.

Yorke, H. 1972, Diplomarbeit, Univ. Göttingen.

Zimmermann, H. 1968, Astron.Nach. 290, 211.

Herrn Professor Dr. R. Kippenhahn danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit, sowie für die vielen Diskussionen.

Ebenso danke ich allen Mitarbeitern der Abteilung Theoretische Astrophysik der Universitäts-Sternwarte für ihre stete Hilfsbereitschaft. Für die sorgfältige Korrektur des Manuskripts bedanke ich insbesondere Herrn Dipl. Phys. H. Röser.

Bei Herrn Professor Dr. Grewing und Herrn Dr. Barsuhn bedanke ich mich für die interessanten und anregenden Diskussionen in Bonn.

Für eine zweijährige finanzielle Unterstützung bin ich der Fulbright-Kommission verpflichtet.

Die numerischen Rechnungen wurden auf der UNIVAC 1108 der Gesellschaft für wissenschaftliche Datenverarbeitung mbH Göttingen durchgeführt.

Lebenslauf:

Ich wurde am 24. August 1948 in Riverside, Kalifornien geboren.

Im September 1954 trat ich in Puerto Rico in die Volksschule ein. Da mein Vater bis 1961 noch in der Armee war, zogen wir oft um und ich wechselte häufig die Schule. Ab September 1962 besuchte ich dann in Rialto, Kalifornien die Eisenhower High School. 1966 schloß ich sie mit dem "high school diploma" ab.

Von Oktober 1966 bis Juni 1968 und von Oktober 1969 bis Juni 1970 studierte ich Physik an der Universität von Kalifornien in Los Angeles. 1968 kam ich nach Göttingen und studierte zwei Semester als Austauschstudent der Universität von Kalifornien.

In Juni 1970 erhielt ich den Grad, "Bachelor of Science" (summa cum laude), von der Universität von Kalifornien in Los Angeles.

Im September desselben Jahres bekam ich ein Stipendium und eine Forschungsassistentenstelle von der Universität, "California Institute of Technology", in Pasadena und studierte dort neun Monate.

Ich kehrte in Juni 1971 mit einem Fulbright-Stipendium nach Göttingen zurück und fertigte unter Anleitung von Professor Kippenhahn an der Universitäts-Sternwarte, Göttingen meine Diplomarbeit an. Am 11. Februar 1972 schloß ich mein Studium mit einer Diplom-Prüfung in Physik ab.

Seit Februar 1972 fertigte ich unter Anleitung von Professor Kippenhahn meine Dissertation an.